11. O Dia do Trabalho, dia 1º de maio, é o 121º dia do ano quando o ano não é bissexto. No ano de 1958, ano em que o Brasil ganhou, pela primeira vez, a Copa do Mundo de Futebol, o dia 1º de janeiro caiu em uma quarta-feira. Neste ano, o Dia do Trabalho caiu:

A) numa segunda-feira
B) numa terça-feira
C) numa quinta-feira
D) numa sexta-feira
E) num sábado

RESOLUÇÃO:

Montemos a seguinte tabela, posicionando o 1º dia do ano numa quarta-feira:

Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo	Segunda	Terça	Quarta	Quinta
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Agora observemos que:

Se dividirmos 1 por 7 (número de dias da semana), teremos quociente zero e resto 1;

Se dividirmos 2 por 7, teremos quociente zero e resto 2;

. .

. .

. .

Se dividirmos 7 por 7, teremos quociente um e resto 0;

Se dividirmos 8 por 7, teremos quociente um e resto 1. Dividindo 9 por 7, resto 2 e assim por diante.

Já podemos raciocinar que:

Quando o resto da divisão por 7 é:	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**0**
O dia da semana será:	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo	Segunda	Terça

Dividindo 121 por 7, teremos quociente 17 e **resto 2**.

Portanto o dia da semana corresponderá a uma **quinta-feira**.

Gabarito: Letra **C**.

12. D. Maria cria gatos em seu sítio e ela tem somente gatos brancos e pretos. Sabe-se que:

60% dos gatos são brancos.

25% dos gatos machos são pretos.

70% dos gatos pretos são fêmeas.

A porcentagem de fêmeas brancas nessa criação é de:

A) 20%
B) 24%
C) 30%
D) 36%
E) 40%

<u>RESOLUÇÃO</u>:

Temos duas variáveis dicotômicas, isto é, variáveis que assumem apenas dois valores mutuamente excludentes, como: sexo (macho/fêmea) e a cor (tem somente branco/preto).

Como no enunciado não é dita a quantidade de gatos e as informações estão na forma percentual, facilitará muito considerarmos a quantidade **<u>total</u>** de gatos como sendo igual a **100**.

Podemos então facilmente resolver, criando uma tabela de dupla entrada e utilizando os dados do enunciado:

1) <u>60% dos gatos são brancos</u>. Como só temos gatos brancos e pretos, logicamente que o restante (pretos) será 40%. Colocando as informações na tabela:

	Machos	Fêmeas	Total
Brancos			60
Pretos			40
Total			**100**

2) <u>70% dos gatos pretos são fêmeas</u>. Como 40 gatos são pretos, então o número de fêmeas pretas será de 28 e o de machos pretos só pode ser 12. Colocando as informações na tabela:

	Machos	Fêmeas	Total
Brancos			60
Pretos	12	28	40
Total			**100**

3) <u>25% dos gatos machos são pretos</u>. Denominando o total de gatos machos por X e sabendo que 12 (gatos machos pretos) = 0,25X ou, melhor, 12 = X/4, então X será igual a 12·4, X = 48 (total de machos). O total de gatos brancos machos será: 48 – 12 = 36. Colocando as informações na tabela:

	Machos	Fêmeas	Total
Brancos	36		60
Pretos	12	28	40
Total	48		**100**

Por diferença também encontraremos os valores faltantes da tabela e a resposta da questão:

	Machos	Fêmeas	Total
Brancos	36	**24**	60
Pretos	12	28	40
Total	48	52	**100**

<u>Gabarito</u>: Letra **B**.

13. Os amigos A, B e C possuem carros de cores diferentes. Um possui carro prata, outro azul, e outro preto. Das afirmativas seguintes, somente uma é verdadeira:

A tem carro preto.

B não tem carro azul.

C não tem carro preto.

Assim é correto dizer que:

A) A tem carro azul
B) B tem carro preto
C) C tem carro azul
D) A tem carro prata
E) B não tem carro prata

RESOLUÇÃO:

Se o enunciado diz que apenas uma das 3 afirmativas é verdadeira, teremos as seguintes hipóteses.

AFIRMATIVAS	Hipótese 1	Hipótese 2	Hipótese 3
A tem carro preto.	**V**	F	F
B não tem carro azul.	F	**V**	F
C não tem carro preto.	F	F	**V**

De início já podemos descartar a validade da Hipótese 1, pois considerando falsa a afirmativa "C não tem carro preto", será verdadeiro que "C tem carro preto". Como, nesta hipótese estamos considerando verdadeira a afirmativa "A tem carro preto", teremos dois possuidores de carro preto, o que não é possível, pois cada carro só pode ter um único dono.

Vamos testar a Hipótese 2, fazendo um "jogo da velha", onde **X** é **não** e • é **sim**:

COR DO CARRO	A	B	C
Prata			
Azul		**X**	
Preto	**X**		•

Colocamos X na coluna A para carro preto porque, pela 2ª hipótese, é falsa a afirmativa "A tem carro preto";

Colocamos X na coluna B para carro azul porque, pela 2ª hipótese, é verdadeira a afirmativa "B não tem carro azul";

Colocamos • na coluna C para carro preto porque, pela 2ª hipótese, é falsa a afirmativa "C não tem carro preto";

Podemos então (passo a passo) completar a tabela. Se C tem carro preto (então não poderá ter carro prata ou azul), B não pode tê-lo e o carro de B só pode ser prata.

COR DO CARRO	A	B	C
Prata		•	**X**
Azul		**X**	**X**
Preto	**X**	**X**	•

Se B tem carro prata e C tem carro preto, o carro de A só pode ser o azul. Completando a tabela, temos:

COR DO CARRO	A	B	C
Prata	**X**	•	**X**
Azul	•	**X**	**X**
Preto	**X**	**X**	•

A Hipótese 2 mostrou-se perfeita para resolver a questão e já teríamos a resposta da questão. Das únicas opções de resposta, a única verdadeira é a da letra A (A tem carro azul).

Mesmo já tendo a resposta da questão, vamos demonstrar que somente uma das hipóteses pode ser viável, pois na Hipótese 3, teremos:

COR DO CARRO	A	B	C
Prata			
Azul		•	
Preto	**X**		**X**

Colocamos X na coluna A para carro preto porque, pela 3ª hipótese, é falsa a afirmativa "A tem carro preto";

Colocamos • na coluna B para carro azul porque, pela 3ª hipótese, é falsa a afirmativa "B não tem carro azul";

Colocamos X na coluna C para carro preto porque, pela 3ª hipótese, é verdadeira a afirmativa "C não tem carro preto";

Mas, se nem A e nem C tem carro preto, este teria que pertencer a B que, pela hipótese, tem carro azul. Como cada amigo só pode ter um único carro, B não pode ter dois carros e a 3ª hipótese não é válida.

Gabarito: Letra **A**.

14. Uma lanterna, incluindo as duas pilhas necessárias, custa R$22,00. A mesma lanterna sem as pilhas custa 16 reais a mais que uma pilha. O preço de uma pilha é:

A) R$2,00

B) R$2,25

C) R$2,50

D) R$2,75

E) R$3,00

<u>RESOLUÇÃO</u>:

Façamos: **L** = lanterna e **P** = pilha.

Pelo enunciado temos:

L + 2P = 22 e $\boxed{L = P + 16}$.

Substituindo o valor de L na primeira equação com a segunda, fica:

P + 16 + 2P = 22 ⇒ 3P = 22 – 16 ⇒ 3P = 6 ⇒ **P = 2**.

<u>Gabarito</u>: Letra **A**.

15. Em um saco há 10 bolinhas iguais, numeradas de 1 a 10. Retirando-se ao acaso duas dessas bolinhas, a probabilidade de que os seus números sejam consecutivos é:

A) 5%

B) 10%

C) 15%

D) 20%

E) 25%

<u>RESOLUÇÃO</u>:

Lembrando que, num experimento aleatório, a probabilidade de ocorrência de um evento A qualquer é dada por:

$P(A) = \frac{NCF(A)}{NCP}$, onde: NCF(A) é o número de casos favoráveis à ocorrência do evento A e NCP é o número de casos possíveis (espaço amostral).

Do enunciado, temos que o número de casos possíveis será a combinação de 10 elementos 2 a 2.

Logo: $\boxed{NCP = C_{10}^{2}}$ e lembrando que $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ teremos: $NCP = C_{10}^{2} = \frac{10!}{2!(10-2)!} = \frac{10!}{2! \cdot 8!} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45$.

O número de casos favoráveis à ocorrência do evento descrito no enunciado (números consecutivos) será:

(1; 2); (2; 3); (3; 4); (4; 5); (5; 6); (6; 7); (7; 8); (8; 9); (9; 10) = 9 casos favoráveis.

Portanto, a probabilidade pedida será:

$P = \frac{9}{45} = \frac{1}{5} = 0{,}20 =$ **20%**.

<u>Gabarito</u>: Letra **D**.

41. Suponha que X tenha distribuição binomial com média igual a 24 e desvio padrão igual a 4. Os parâmetros n e p dessa distribuição serão, respectivamente:

A) n = 48; p = $\frac{1}{6}$.

B) n = 36; p = $\frac{2}{3}$.

C) n = 72; p = $\frac{2}{3}$.

D) n = 48; p = $\frac{1}{3}$.

E) n = 72; p = $\frac{1}{3}$.

<u>**RESOLUÇÃO**</u>**:**

Do enunciado temos que: E[X] = 24 e V[X] = 16.

Da distribuição binomial sabemos que: E[X] = np e V[X] = npq;

Logo: np = 24 e substituindo este valor na fórmula para a variância, teremos: 16 = 24q $\Rightarrow$ q = $\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$.

Como p + q = 1 $\Rightarrow$ p = 1 – q. Portanto: $\boxed{p = \frac{1}{3}}$.

Voltando na fórmula da esperança, temos: 24 = n$\cdot\frac{1}{3}$ $\Rightarrow$ n = 24$\cdot$3 $\Rightarrow$ **n = 72**.

<u>Gabarito</u>: Letra **E**.

42. Para uma amostra de n pares de observações das variáveis X e Y foram obtidas as seguintes estatísticas:

$S_x^2 = 3{,}24$; $S_y^2 = 1{,}44$; $r_{xy} = 0{,}65$

O valor da covariância amostral entre X e Y será, aproximadamente, igual a:

A) 1,40

B) 1,68

C) 1,97

D) 3,03

E) 4,67

<u>**RESOLUÇÃO**</u>**:**

O coeficiente de correlação amostral entre X e Y é dado por: $\boxed{r_{xy} = \frac{cov(X,Y)}{S_X \cdot S_Y}}$, ou seja, a covariância entre X e Y dividida pelo produto dos desvios padrões de X e de Y. Assim:

Variância amostral $S_x^2 = 3{,}24 \Rightarrow$ Desvio padrão S_X = 1,8;

Variância amostral $S_y^2 = 1{,}44 \Rightarrow$ Desvio padrão S_Y = 1,2;

Para encontrar a covariância entre X e Y basta fazer:

cov(X,Y) = $r_{xy}\cdot S_X\cdot S_Y$ $\Rightarrow$ cov(X,Y) = 0,65$\cdot$1,8$\cdot$1,2 $\Rightarrow$ cov(X,Y) = 1,404 $\cong$ **1,40**.

<u>Gabarito</u>: Letra **A**.

43. Uma pesquisa revelou que, no último concurso da SEPLAG, a distribuição dos tempos gastos pelos candidatos para concluírem a prova foi normalmente distribuído, com uma média de 136 minutos e uma variância de 64 minutos^2. Sabendo que Z é a variável correspondente à distribuição normal padronizada, com média zero e desvio padrão unitário, e ainda que: $P(Z < -2) = 0{,}0228$ e que $P(Z < -0{,}5) = 0{,}3085$, a probabilidade de que um candidato qualquer, escolhido aleatoriamente, tenha concluído a prova num tempo entre 2 horas e 2,2 horas é, aproximadamente, igual a:

A) 33,13%

B) 28,57%

C) 47,72%

D) 19,15%

E) 21,43%

RESOLUÇÃO:

Do enunciado temos que:

$\mu = 136$;

$\sigma^2 = 64 \Rightarrow \sigma = 8$;

A fórmula para padronização é dada por: $\boxed{Z = \frac{X - \mu}{\sigma}}$.

Para 2 horas (120 minutos) a correspondente abscissa será: $Z_1 = \frac{120 - 136}{8} \Rightarrow Z_1 = -2$.

Para 2,2 horas (132 minutos) a correspondente abscissa será: $Z_2 = \frac{132 - 136}{8} \Rightarrow Z_2 = -0{,}5$.

$P(120 < X < 132) = P(-2 < Z < -0{,}5) = 0{,}3085 - 0{,}0228 = 0{,}2857 =$ **28,57%**.

Gabarito: Letra **B**.

44. A tabela a seguir mostra a distribuição de freqüência com agrupamento em classes, obtida para uma amostra aleatória do peso de 25 crianças com idade até 3 anos, filhos de funcionários da SEPLAG. Não existem observações coincidentes com os extremos das classes.

Peso (em gramas)	Freqüências
3.200 — 4.000	2
4.000 — 5.200	4
5.200 — 6.800	5
6.800 — 8.800	6
8.800 — 11.200	8

Os valores obtidos nesta amostra para a Média amostral ($\overline{X}$), a Moda de Czuber (Mo) e o 1º Coeficiente de Assimetria de Pearson, dado por $AS = \frac{\overline{X} - Mo}{S}$, onde S é o desvio padrão amostral, serão, respectivamente:

A) 7.296,00; 9.280,00; –0,87

B) 6.896,00; 9.280,00; –1,12

C) 6.896,00; 10.000,00; –0,89

D) 6.800,00; 8.800,00; 1,12

E) 6.800,00; 9.280,00; 0,87

RESOLUÇÃO:

Para calcular a média, fazemos uma coluna com a variável X correspondendo ao ponto médio de cada intervalo de classe e uma coluna com o produto de X por F (freqüências):

X (ponto médio)	F	X·F
3.600	2	7.200
4.600	4	18.400
6.000	5	30.000
7.800	6	46.800
10.000	8	80.000
Σ	25	182.400

Agora basta lembrar que: $\overline{X} = \dfrac{\sum X \cdot F}{\sum F}$. Portanto: $\overline{X} = \dfrac{182.400}{25} \Rightarrow \boxed{\overline{X} = 7.296}$.

E, somente com esse cálculo já chegaríamos ao gabarito da questão, pois há apenas uma opção de resposta com esse valor. Mas a questão está inadequada porque, embora aparente ter apenas uma classe modal, a distribuição é <u>bimodal</u>, pois como as amplitudes de classe são diferentes, teríamos que calcular a freqüência proporcional para cada classe e, assim fazendo, teremos: 2/800 = 1/400 para a 1ª classe; 4/1.200 = 1/300 para a <u>2ª classe</u>; 5/1.600 = 1/320 para a 3ª classe; 6/2.000 ≅ 1/333 para a 4ª classe; 8/2.400 = 1/300 para a <u>5ª classe</u> (2 classes modais). Sendo a distribuição bimodal, o cálculo da moda e do coeficiente de assimetria ficam prejudicados. Portanto, a questão deverá ser ANULADA.

<u>Gabarito preliminar</u>: Letra **A**.

45. Sejam 2 variáveis aleatórias X e Y, positivamente correlacionadas. Foi coletada uma amostra de oito pares de observações (X_i, Y_i) que produziram as seguintes estatísticas:

$$\sum_{i=1}^{8}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 = 112; \qquad \sum_{i=1}^{8}\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2 = 2.800.$$

O coeficiente de determinação obtido nessa amostra foi de 81%. Assim, o coeficiente angular da equação de regressão simples para obter estimativas de Y em função de X, será de:

A) β = 20,00

B) β = 16,00

C) β = 5,00

D) β = 4,50

E) β = 4,00

RESOLUÇÃO:

X e Y são positivamente correlacionadas.

Logo $\rho_{XY} > 0$. R^2 = 0,81 $\Rightarrow \rho_{XY} = 0{,}9$. Lembremos que $\boxed{\beta = \rho_{XY} \cdot \dfrac{S_Y}{S_X}}$. Calculando S_X e S_Y, temos:

$$S_X^2 = \frac{\sum\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{n-1} \Rightarrow S_X^2 = \frac{112}{7} \Rightarrow S_X^2 = 16 \Rightarrow S_X = 4.$$

$$S_Y^2 = \frac{\sum\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2}{n-1} \Rightarrow S_Y^2 = \frac{2.800}{7} \Rightarrow S_Y^2 = 400 \Rightarrow S_Y = 20.$$

$$\beta = \rho_{XY} \cdot \frac{S_Y}{S_X} \Rightarrow \beta = 0{,}9 \cdot \frac{20}{4} \Rightarrow \boldsymbol{\beta = 4{,}50}.$$

<u>Gabarito</u>: Letra **D**.