Resolução comentada de Estatística - ICMS/RJ - 2010 - Prova Tipo 1

29. A média, a mediana e a variância das idades de um grupo de vinte pessoas são, hoje, iguais, respectivamente, a 34, 35 e 24. Daqui a dez anos, os valores da média, da mediana e da variância das idades dessas pessoas serão, respectivamente:

(A) 44, 35 e 34.
(B) 44, 45 e 12.
(C) 44, 45 e 24.
(D) 34, 35 e 12.
(E) 44, 45 e 124.

RESOLUÇÃO:

Daqui a dez anos, todas as pessoas do grupo terão 10 anos a mais. Então, basta recordar as seguintes propriedades de uma variável:

1) Ao somarmos ou subtrairmos uma constante, a MÉDIA, a MEDIANA e a MODA dessa variável ficarão acrescentadas ou diminuídas dessa constante;

2) Ao somarmos ou subtrairmos uma constante, a VARIÂNCIA não se altera.

Portanto, apenas a média e a mediana ficarão acrescidas da constante 10, permanecendo inalterada a variância.

30. Se A e B são eventos independentes com probabilidades P[A] = 0,4 e P[B] = 0,5 então $P[A \cup B]$ é igual a:

(A) 0,2.
(B) 0,4.
(C) 0,5.
(D) 0,7.
(E) 0,9.

RESOLUÇÃO:

Se os eventos A e B são independentes, então podemos afirmar que $P[A \cap B] = P[A] \cdot P[B]$, ou seja, a probabilidade conjunta é igual ao produto das probabilidades individuais. Logo $P[A \cap B] = 0{,}4 \cdot 0{,}5 = 0{,}2$ e, portanto, $P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] = 0{,}4 + 0{,}5 - 0{,}2 =$ **0,7**.

31. 40% dos eleitores de uma certa população votaram, na última eleição, num certo candidato A. Se cinco eleitores forem escolhidos ao acaso, com reposição, a probabilidade de que três tenham votado no candidato A é igual a:

(A) 12,48%.
(B) 17,58%.
(C) 23,04%.
(D) 25,78%.
(E) 28,64%.

RESOLUÇÃO:

Probabilidade de sucesso (p) igual a 0,4, fracasso (q) igual a 0,6 e extração com reposição, portanto Distribuição Binomial, sendo n igual a 5. É pedida a probabilidade de 3 sucessos.

Relembrando a fórmula para "k" sucessos, temos: $\boxed{P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}}$.

Portanto: $P(X = 3) = \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{4}{10}\right)^3 \cdot \left(\frac{6}{10}\right)^2 = 10 \cdot \frac{64}{1000} \cdot \frac{36}{100} = \frac{2304}{10000} = 0{,}2304 =$ **23,04%**.

32. Suponha que os salários dos trabalhadores numa certa região sejam descritos por uma variável populacional com média desconhecida e desvio padrão igual a R$200,00. Para se garantir, com 95% de probabilidade, que o valor da média amostral dos salários não diferirá do valor da média populacional por mais de R$10,00, a amostra aleatória simples deverá ter no mínimo, aproximadamente, o seguinte tamanho:

(A) 3.568.
(B) 3.402.
(C) 2.489.
(D) 2.356.
(E) 1.537.

RESOLUÇÃO:

A fórmula para encontrar o tamanho da amostra em função do erro máximo é dada por: $\boxed{n = \left(Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\varepsilon} \right)^2}$.

Se o nível de confiança é de 95%, então temos um nível de significância de 5% (α).

Assim, $\alpha/2$ = 2,5% (0,025) e, consultando a tabela da Normal Padrão Acumulada que foi dada na prova (página 5 deste Toque), vemos que corresponde a uma abscissa Z = 1,96.

O desvio padrão (σ) é igual a 200 e o erro máximo (ε) é 10. Substituindo na fórmula, temos:

$$n = \left(1{,}96 \cdot \frac{200}{10} \right)^2 = 1{,}96^2 \cdot 20^2 = 3{,}8416 \cdot 400 = 1.536{,}64 \cong \mathbf{1.537}.$$

33. Para testar H_0: $p \leq 0{,}5$ contra H_1: $p > 0{,}5$, sendo p a proporção de pessoas que são protegidas por planos de previdência privada numa certa população, uma amostra aleatória simples de tamanho 400 será obtida e será usado como critério de decisão rejeitar a hipótese H_0 se a proporção de pessoas com essa proteção na amostra for maior ou igual a um certo número *k*.

Ao nível de significância de 5%, o valor de *k* é aproximadamente igual a:

(A) 0,508.
(B) 0,541.
(C) 0,562.
(D) 0,588.
(E) 0,602.

RESOLUÇÃO:

Teste de Hipóteses unilateral à direita com α = 5% (0,05) $\Rightarrow$ Z = 1,64 (vide tabela-página 5).

A estatística teste para a proporção é dada por: $\boxed{Z_{CALC} = \frac{f - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 \cdot (1 - p_0)}{n}}}}$

Onde p_0 é a proporção hipotética da população, n é o tamanho da amostra e f é a proporção favorável da amostra (no caso, o valor k procurado). Do enunciado temos: n = 400, p_0 = 0,5 e Z = 1,64.

Substituindo na fórmula, fica: $1{,}64 = \frac{k - 0{,}5}{\sqrt{\frac{0{,}5 \cdot 0{,}5}{400}}} \Rightarrow 1{,}64 \cdot \frac{0{,}5}{20} = k - 0{,}5 \Rightarrow 0{,}041 = k - 0{,}5 \Rightarrow$ **k = 0,541**.

34. Para estimar a proporção p de pessoas acometidas por uma certa gripe numa população, uma amostra aleatória simples de 1600 pessoas foi observada e constatou-se que, dessas pessoas, 160 estavam com a gripe.

Um intervalo aproximado de 95% de confiança para p será dado por:

(A) (0,066, 0,134).
(B) (0,085, 0,115).
(C) (0,058, 0,142).
(D) (0,091, 0,109).
(E) (0,034, 0,166).

RESOLUÇÃO:

A estimativa da verdadeira proporção na população será dada por:

$\boxed{P[p'-\varepsilon \le p \le p'+\varepsilon] = 1-\alpha}$, significando que a probabilidade P da proporção populacional (*p*) estar entre a proporção amostral menos o erro $(p'-\varepsilon)$ e a proporção amostral mais o erro $(p'+\varepsilon)$ será igual ao nível de confiança $(1-\alpha)$ estipulado, sendo a proporção amostral dada por: $\boxed{p' = \frac{X}{n}}$, onde X é o número de elementos na amostra que possuem a característica e *n* é o tamanho da amostra.

Portanto, de acordo com o enunciado, $p' = \frac{160}{1600}$ = 0,1. Logo, q' = 0,9.

O erro da estimativa (ε) é dado por: $\boxed{\varepsilon = Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p' \cdot q'}{n}}}$.

Se o nível de confiança é de 95%, então temos um nível de significância de 5% (α).

Assim, $\alpha/2$ = 2,5% (0,025), que corresponderá a uma abscissa Z = 1,96 (vide tabela-página 5).

Substituindo na fórmula, temos:

$$\varepsilon = 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}1 \cdot 0{,}9}{1600}} \Rightarrow \varepsilon = 1{,}96 \cdot \frac{0{,}3}{40} \Rightarrow \varepsilon = 0{,}0147.$$

$p = (p' \pm \varepsilon) \Rightarrow p = (0{,}1 \pm 0{,}0147) \Rightarrow p \cong$ **(0,085; 0,115)**.

35. Para testar H_0: $\mu \le 10$ contra H_1: $\mu > 10$, sendo μ a média de uma variável populacional suposta normalmente distribuída com variância igual a 100, uma amostra aleatória simples de tamanho 25 foi obtida e resultou num valor da média amostral igual a 15,76. Ao nível de significância de 5%, o valor-p (nível crítico) correspondente e a decisão a ser tomada são respectivamente:

(A) 0,102 e não rejeitar H_0.
(B) 0,01 e rejeitar H_0.
(C) 0,058 e não rejeitar H_0.
(D) 0,002 e rejeitar H_0.
(E) 0,154 e não rejeitar H_0.

RESOLUÇÃO:

Embora a amostra seja pequena (n < 30), a variância populacional é conhecida (100). Portanto, usaremos a Distribuição Normal Padrão.

Para encontrar o p-valor temos que encontrar a abscissa em Z através da estatística teste, que será dada por: $\boxed{Z_{CALC} = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}}$.

Do enunciado temos: n = 25, $\mu_0 = 10$, σ = 10 (desvio padrão populacional) e $\overline{X} = 15{,}76$.

$$Z_{CALC} = \frac{15{,}76 - 10}{\frac{10}{\sqrt{25}}} \Rightarrow Z_{CALC} = \frac{5{,}76}{2} = 2{,}88.$$

Na tabela da Distribuição Normal Padrão dada na prova (acumulada à direita) veremos que uma abscissa de 2,88 corresponde a uma área de **0,002**. Esse será o **p-valor**.

O teste é unilateral à direita e para um α = 5% (0,05) teremos uma abscissa de 1,64 (Z_{TAB}).

Como $Z_{CALC} > Z_{TAB}$ (2,88 > 1,64), **a hipótese nula (H_0) será rejeitada**.

36. Duas variáveis aleatórias x e y têm coeficiente de correlação linear igual a 0,8.

Se w e z são tais que w = 2x – 3 e z = 4 – 2y então o coeficiente de correlação entre w e z será igual a:

(A) –0,8.
(B) –0,64.
(C) 0,36.
(D) 0,64.
(E) 0,8.

RESOLUÇÃO:

A correlação entre *x* e *y* é 0,8;

A correlação entre *w* e *x* é igual a 1, pois o coeficiente angular (β = 2) é positivo;

A correlação entre *z* e *y* é igual a –1, pois o coeficiente angular (β = –2) é negativo;

Para encontrar o coeficiente de correlação entre *w* e *z*, basta fazer:

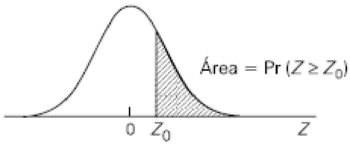
$$\rho_{wz} = \rho_{xy} \cdot \rho_{wx} \cdot \rho_{zy} \Rightarrow \rho_{wz} = 0{,}8 \cdot 1 \cdot (-1) \Rightarrow \boxed{\rho_{wz} = -0{,}8}.$$

GABARITOS OFICIAIS (Prova Tipo 01):

29. C	30. D	31. C	32. E	33. B	34. B	35. D	36. A

Tabela de apoio para a solução das questões de Estatística

Probabilidade Normal Padronizada, Acumulada na Cauda Direita
(Para Valores Negativos de *Z*, as Áreas se Determinam por Simetria)



z_0	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
	Segunda decimal de Z_0									
0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0722	0,0708	0,0694	0,0681
1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
1,8	0,0359	0,0352	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
2,9	0,0019	0,0018	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
3,0	0,00135									
3,5	0,000 233									
4,0	0,000 031 7									
4,5	0,000 003 40									
5,0	0,000 000 287									