Resolução comentada de Estatística - ICMS/RJ - 2007 - Prova Amarela

19. Uma amostra de 100 servidores de uma repartição apresentou média salarial de R$ 1.700,00 com uma dispersão de R$ 240,00. Pode-se afirmar que:

(A) a média aritmética não é uma boa medida para representar a amostra em função do elevado valor do desvio-padrão.
(B) a melhor medida para representar a amostra é a remuneração por unidade de desvio-padrão.
(C) o salário mediano representaria melhor a amostra devido ao alto nível de heterogeneidade dos salários na amostra.
(D) a amostra não é suficientemente grande para analisarmos o valor encontrado para a média dos salários.
(E) a média aritmética pode perfeitamente representar os salários da amostra pelo fato de esta apresentar uma dispersão relativa inferior a 20%.

RESOLUÇÃO:

Foram fornecidos, no enunciado, os valores da média e do desvio padrão. Pelas opções de resposta, vemos que a primeira providência será calcular o CV (Coeficiente de Variação), que será encontrado dividindo-se o desvio padrão pela média. Assim o fazendo, teremos:

CV = 240/1.700 = 0,141176 que é, aproximadamente, **14,1%**.

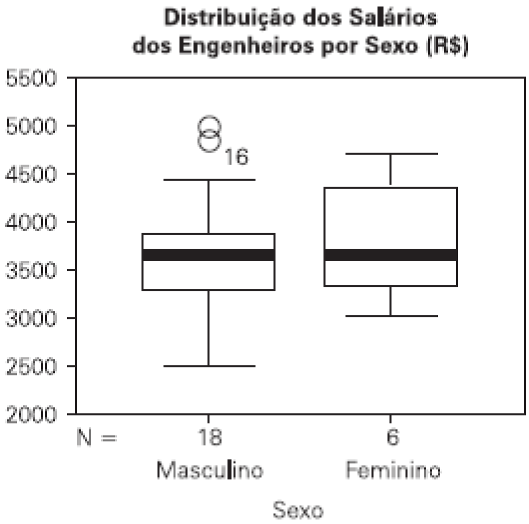
Tal CV (abaixo de 50%) indica que a distribuição é homogênea e a média é representativa para a distribuição. Relembrando a parte teórica, na página 37 do livro "Estatística Básica para Concursos" da Editora Ferreira, temos:

"Considera-se que um CV superior a 50% indica alto grau de dispersão e conseqüentemente pequena representatividade da Média, enquanto para um CV inferior a 50% a Média será tanto mais representativa quanto menor for o valor do CV, ou seja, quanto menor for o CV mais homogênea será considerada a série e quanto maior for o CV, mais heterogênea."

Somente com esse raciocínio já eliminamos, imediatamente, as opções A, B e C e observamos que a opção da letra E está absolutamente correta. A letra D está errada porque o tamanho da amostra (n = 100) é suficientemente grande (é maior do que 30).

Gabarito oficial - letra E.

20. Considere as informações contidas no *Box Plot* abaixo, referente aos salários dos engenheiros de uma empresa, por sexo.



É correto afirmar que:

(A) o desvio interquartílico dos salários das mulheres é maior do que o dos homens.
(B) a distribuição dos salários das mulheres é assimétrica negativa.
(C) o salário médio dos homens é igual ao das mulheres.
(D) a distribuição dos salários dos homens é atípica.
(E) o salário mediano das mulheres é superior ao dos homens.

RESOLUÇÃO:

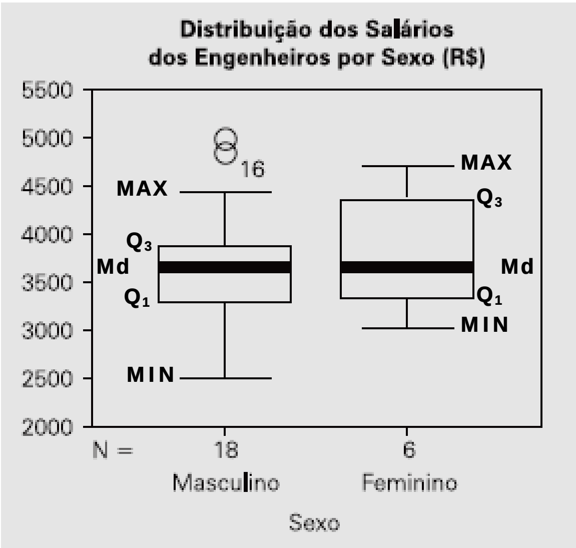
O assunto "Diagrama de Caixa (Box Plot) já foi bem explorado na resolução comentada da prova da Câmara dos Deputados, às páginas 3 e 4 do Toque de Mestre 19, de 01.10.2007 e também às páginas 167 a 170 do livro "Estatística-FCC". Mas vamos relembrar, para facilitar a presente explicação.

É apresentado na questão o desenho esquemático chamado Diagrama de Caixa (Box Plot), que utiliza o "esquema dos cinco números" a saber: Mínimo, 1º Quartil, Mediana, 3º Quartil e o Máximo da distribuição, onde os quartis são chamados de "juntas" da Caixa.

A distância entre as juntas (d_j) corresponde à amplitude interquartílica (ou distância interquartílica ou ainda desvio interquartílico) e será obtida através da diferença entre o 3º Quartil (Q_3) e o 1º Quartil (Q_1), ou seja: $d_j = Q_3 - Q_1$. Essa medida, serve para a detecção de Outiliers (valores atípicos) de uma distribuição.

Serão considerados Outliers os valores inferiores a $Q_1 - 1{,}5d_j$ ou superiores a $Q_3 + 1{,}5d_j$.

Para auxiliar o entendimento vamos posicionar, no diagrama, as cinco medidas citadas:



Com o entendimento do "esquema dos cinco números", uma rápida visualização do diagrama é suficiente para verificar que a alternativa correta de resposta encontra-se na opção da letra A, pois a distância entre os quartis na caixa do sexo feminino é bem maior do que na caixa do sexo masculino.

Vemos ainda que a opção da letra B está errada, pois se a mediana (Md) está mais próxima do 1º Quartil (Q_1), a distribuição será assimétrica positiva (ver explicação no Toque de Mestre 19 ou no livro FCC).

Vemos também que a letra E também está errada porque as medianas serão iguais para ambos os sexos.

Quanto às opções das letras C e D, nada podemos afirmar quanto ao valor da média ou quanto aos valores atípicos, pois não dispomos no diagrama de informações precisas dos valores necessários aos cálculos.

Gabarito oficial - letra A.

22. Sejam A e B dois eventos definidos em um espaço amostral S de modo que P(A) = 0,70, P(B) = 0,20 e P(A ∩ B) = 0,14. Então, pode-se dizer que A e B são eventos:

(A) mutuamente exclusivos.
(B) complementares.
(C) independentes.
(D) condicionais.
(E) elementares.

RESOLUÇÃO:

Basta relembrar que se A e B forem eventos independentes, então: $\boxed{P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)}$. Ou seja, a probabilidade conjunta é igual ao produto das probabilidades individuais.

Vemos que $0{,}14 = 0{,}7 \cdot 0{,}2$ e portanto a resposta só pode ser a opção da letra C. Além disso as duas primeiras opções de resposta podem ser facilmente descartadas, pois: se os eventos A e B fossem mutuamente exclusivos a interseção P(A ∩ B) deveria ser igual a zero, o que não ocorre; e se A e B fossem complementares, sua soma, P(A) + P(B) deveria ser unitária, o que também não ocorre.

Gabarito oficial - letra C.

23. Um candidato se submete a uma prova contendo três questões de múltipla escolha precisando acertar pelo menos duas para ser aprovado. Cada questão apresenta cinco alternativas, mas apenas uma é correta. Se o candidato não se preparou e decide responder a cada questão ao acaso, a probabilidade de ser aprovado no concurso é igual a:

(A) 0,104.
(B) 0,040.
(C) 0,096.
(D) 0,008.
(E) 0,200.

RESOLUÇÃO:

Trata-se de uma Distribuição Binomial de parâmetros: n = 3 e p = 0,20.

A probabilidade de sucesso (p) é a probabilidade de acertar uma questão, ou seja: $\frac{1}{5}$.

Conseqüentemente, a probabilidade de fracasso (errar a questão) é q = 0,80, ou $\frac{4}{5}$.

Para facilitar os cálculos, vamos considerar *p* e *q* na forma fracionária: p = $\frac{1}{5}$ e q = $\frac{4}{5}$.

O candidato precisa de acertar pelo menos duas questões para ser aprovado, ou seja, pode acertar apenas duas ou as três questões do teste. Designando por X o número de k sucessos, queremos encontrar:

P(X ≥ 2) = P(X = 2) + P(X = 3).

Lembrando que a fórmula para "k" sucessos é dada por $\boxed{P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}}$, então teremos:

$$P(X = 2) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^1 \Rightarrow P(X = 2) = 3 \cdot \frac{4}{125} \Rightarrow P(X = 2) = \frac{12}{125}.$$

$$P(X = 3) = \binom{3}{3} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^0 \Rightarrow P(X = 3) = 1 \cdot \frac{1}{125} \Rightarrow P(X = 3) = \frac{1}{125}.$$

Portanto: P(X ≥ 2) = $\frac{12}{125} + \frac{1}{125} = \frac{13}{125}$.

Para facilitar os cálculos, já que as opções de resposta estão na forma decimal, multiplique por 8 o numerador e o denominador da fração $\frac{13}{125}$, e encontre a fração $\frac{104}{1.000}$ = 0,104.

Gabarito oficial - letra A.

24. A tabela abaixo apresenta a distribuição de 1.000 pessoas classificadas por Sexo (Masculino e Feminino) e Estado Civil (Solteiro, Casado e Viúvo).

Estado Civil	**Sexo**		**Total**
	M	F	
Solteiro	300	200	500
Casado	200	100	300
Viúvo	100	100	200
Total	**600**	**400**	**1.000**

Uma pessoa é selecionada ao acaso. A probabilidade de que ela seja do sexo Feminino ou Viúva é igual a:

(A) 0,6.
(B) 0,2.
(C) 0,4.
(D) 0,7.
(E) 0,5.

RESOLUÇÃO:

Vamos designar por F o evento "a pessoa escolhida é do sexo Feminino" e por V o evento "a pessoa escolhida tem a Viuvez como estado civil".

É pedida a probabilidade de que ela seja do sexo Feminino ou Viúva, $P(F \cup V)$, mas devemos lembrar que estes eventos não são mutuamente exclusivos pois a pessoa escolhida pode ter as duas condições simultaneamente (ser mulher e viúva).

Logo, devemos subtrair a interseção, ficando com: $P(F \cup V) = P(F) + P(V) - P(F \cap V)$.

Consultando a tabela dada, teremos:

$$P(F \cup V) = \frac{400}{1.000} + \frac{200}{1.000} - \frac{100}{1.000} = \frac{500}{1.000} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{P(F \cup V) = 0{,}5}$$

Gabarito oficial - letra E.

25. Para a realização do teste de hipóteses Ho: $\mu = \mu o$, contra H1: $\mu > \mu o$, definimos como ERRO DO TIPO I:

(A) $P(\mu = \mu o \mid \mu > \mu o)$.

(B) $P(\mu > \mu o \mid \mu = \mu o)$.

(C) $1 - P(\mu = \mu o \mid \mu > \mu o)$.

(D) $1 - P(\mu > \mu o \mid \mu = \mu o)$.

(E) $P(\mu > \mu o \mid \mu < \mu o)$.

RESOLUÇÃO:

Conforme explícito está logo na primeira página do Toque de Mestre 14 de 09/08/2006, os dois tipos de erro que podem ocorrer num Teste de Hipóteses são: ERRO DO TIPO I → Rejeitar a hipótese nula quando ela é verdadeira e ERRO DO TIPO II → Aceitar a hipótese nula quando ela é falsa.

Na opção A temos um Erro do Tipo II, pois é a probabilidade condicional de considerar $\mu = \mu o$ dado que $\mu > \mu o$, ou seja, considerar certa a hipótese nula quando não é.

Na opção B sim, temos um Erro do Tipo I, pois é a probabilidade condicional de considerar $\mu > \mu o$ dado que $\mu = \mu o$, ou seja, considerar falsa a hipótese nula quando ela é verdadeira.

As demais opções foram colocadas apenas para confundir e a opção da letra E poderia ser facilmente descartada, pois traz uma desigualdade aberta para as duas hipóteses, quando na hipótese nula sempre deverá haver uma igualdade ou uma desigualdade fechada.

Gabarito oficial - letra B (NULA no gabarito definitivo).

26. A probabilidade de um candidato acertar esta questão de múltipla escolha, (Y = 1), é função da proficiência em matemática, θ, do candidato e pode ser calculada por meio de:

$$P(Y = 1 \mid \theta) = \frac{e^{-0{,}5+0{,}2\theta}}{1 + e^{-0{,}5+0{,}2\theta}}$$

sendo θ um número real que representa a medida de proficiência em matemática do candidato. Pode-se, então, afirmar que:

(A) a cada acréscimo de uma unidade na medida θ de proficiência matemática, a probabilidade de o candidato acertar a questão aumenta em 20%.

(B) a probabilidade de acertar a questão (Y = 1) é maior do que a probabilidade de errar a questão (Y = 0), para todos os candidatos com θ > 0.

(C) essa função de probabilidade tem máximo em θ = 0.

(D) a razão entre a probabilidade de acertar e a de errar a questão é uma função linear em θ, e expressa por –0,5 + 0,2θ.

(E) candidatos com θ = 2,5 de proficiência têm probabilidade 0,5 de acertar a questão.

RESOLUÇÃO:

Observando o modelo de função dado, vemos que essa função converge para 1 (que será o valor máximo da função e o valor máximo de uma probabilidade) à medida que θ aumenta, ou seja, quando θ tende a infinito. Portanto, a opção da letra C pode ser logo descartada, pois não será quando θ for zero que a função terá o valor máximo.

Mas nem todas as opções são de rápida verificação como esta. Ao invés de testar cada uma delas, o mais aconselhável é procurar as mais fáceis de serem testadas, como é o caso da opção na letra E.

Substituindo θ por 2,5 teremos $0{,}2 \cdot 2{,}5 = 0{,}5$ e assim:

$$P(Y = 1 \mid \theta) = \frac{e^{-0,5+0,5}}{1+e^{-0,5+0,5}} = \frac{e^{0}}{1+e^{0}} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} = 0{,}5 .$$

Gabarito oficial - letra E.

27. Uma pesquisa recente foi realizada para avaliar o percentual da população favorável à eleição de um determinado ponto turístico para constar no selo comemorativo de aniversário da cidade. Para isso, selecionou-se uma amostra aleatória simples extraída de uma população infinita. O resultado apurou 50% de intenção de votos para esse ponto turístico. Considerando que a margem de erro foi de 2 pontos percentuais, para mais ou para menos, e que o nível de confiança utilizado foi de 95%, foram ouvidas, aproximadamente:

(A) 50 pessoas.
(B) 100 pessoas.
(C) 1.200 pessoas.
(D) 2.400 pessoas.
(E) 4.800 pessoas.

RESOLUÇÃO:

Para o cálculo do tamanho mínimo da amostra em função do erro máximo arbitrado faremos:

$\boxed{n = p' \cdot q' \cdot \left(\frac{Z_{\alpha/2}}{\varepsilon}\right)^2}$, onde:

p' é a proporção favorável na amostra;

q' é a proporção desfavorável na amostra;

ε é o erro máximo arbitrado (no caso ε = 0,02);

$Z_{\alpha/2}$ é a abscissa da tabela normal padronizada.

Para um nível de confiança de 95% a abscissa correspondente a 5% de significância (áreas de 0,025 à esquerda e à direita da curva normal padrão – ver tabela) será de 1,96.

p' (proporção favorável na amostra) foi dada no enunciado, será 0,5 (ou 1/2 na forma fracionária) e, portanto q' também será o mesmo valor, pois p' e q' são complementares (soma igual a 1).

Substituindo na fórmula, teremos: $n = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1{,}96}{0{,}02}\right)^2$.

Dentro do parêntesis temos $\frac{1{,}96}{0{,}02}$, mas 0,02 equivale a $\frac{2}{100}$ e, multiplicando 1,96 pelo inverso dessa fração teremos $\frac{196}{2}$ = 98.

Portanto: $n = \frac{1}{4} \cdot (98)^2 = \frac{9.604}{4} \Rightarrow$ n = 2.401 ou, aproximadamente, 2.400 pessoas.

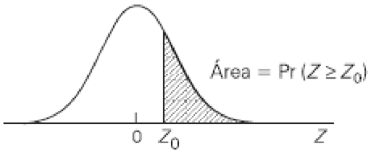
Gabarito oficial - letra D.

GABARITOS:

19. E 20. A 22. C 23. A 24. E 25. B 26. E 27. D

Tabela de apoio para resolução das questões de Matemática Financeira e Estatística

Probabilidade Normal Padronizada, Acumulada na Cauda Direita (Para Valores Negativos de Z, as Áreas se Determinam por Simetria)



	Segunda decimal de Z_0									
Z_0	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0722	0,0708	0,0694	0,0681
1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
1,8	0,0359	0,0352	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
2,9	0,0019	0,0018	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
3,0	0,00135									
3,5	0,000 233									
4,0	0,000 031 7									
4,5	0,000 003 40									
5,0	0,000 000 287									