As questões a seguir são inéditas em concurso e foram por mim elaboradas em novembro/2006 a pedido de um curso preparatório (abrangendo apenas os assuntos solicitados pelo curso) para serem incluídas num dos seus simulados. Estas duas questões podem servir como treinamento para o concurso IRB-2007 e para futuros concursos cujo programa seja apenas a Estatística Básica. Imprima apenas a página 1 e após responder as questões, imprima o gabarito comentado nas páginas 2, 3 e 4.

Questão 1 Duas empresas, ALFA e BETA, apresentaram os dados nas tabelas a seguir para as Importâncias Seguradas em reais das suas frotas de veículos:

EMPRESA ALFA

Classes de Importância Segurada	Freqüências
22.500 – 30.000	7
30.000 – 37.500	8
37.500 – 45.000	10
45.000 – 52.500	14
52.500 – 60.000	11
TOTAL	50

EMPRESA BETA

Classes de Importância Segurada	Freqüências
21.000 – 28.000	7
28.000 – 36.000	4
36.000 – 45.000	9
45.000 – 50.000	10
50.000 – 60.000	10
TOTAL	40

Com base nos dados apresentados, julgue os itens a seguir:

I) A Importância Segurada média da empresa ALFA é superior em mais de 2% à Importância Segurada média da empresa BETA;

II) O valor mediano é igual para as duas empresas;

III) A distribuição da empresa ALFA é unimodal, enquanto a distribuição da empresa BETA é bimodal;

IV) Se a Importância Segurada de cada um dos 50 veículos da empresa ALFA for acrescida de R$2.250, a nova Importância Segurada média aumentará em mais de 5% em relação à média inicial.

Estão corretas as afirmativas dos itens:

a) I e III

b) I, II e III

c) I, II e IV

d) II e IV

e) III e IV

Questão 2 Das opções abaixo, assinale a que traz uma afirmação FALSA:

a) Para um conjunto de números inteiros e positivos, sempre se verificará a seguinte relação: $Mh \le Mg \le \overline{X}$, onde Mh é a Média Harmônica, Mg é a Média Geométrica e $\overline{X}$ é a Média Aritmética;

b) Uma desvantagem da Média Aritmética é o fato dela ser bastante influenciada por valores extremos;

c) Assim como a Média Aritmética, ao somarmos ou subtrairmos uma constante a uma série de valores observados, a Mediana e a Moda também ficarão acrescidas ou diminuídas dessa constante;

d) O uso da Média Geométrica é particularmente indicado quando temos grandezas inversamente proporcionais como velocidade e tempo;

e) A Moda é o valor mais incidente de uma distribuição de freqüências e podemos ter distribuições amodais, unimodais, bimodais ou multimodais.

GABARITO COMENTADO:

Questão 1

Analisando a afirmativa do item I, podemos calcular a I.S. média da Empresa ALFA pelo processo normal.

IMPORTÂNCIA SEGURADA			FREQ.	(X) PM	X·F
22.500	--	30.000	7	26.250	183.750
30.000	--	37.500	8	33.750	270.000
37.500	--	45.000	10	41.250	412.500
45.000	--	52.500	14	48.750	682.500
52.500	--	60.000	11	56.250	618.750
TOTAIS			50		2.167.500

No que resultará $\overline{X} = \dfrac{2.167.500}{50} \Rightarrow \boxed{\overline{X} = 43.350}$.

Mas, como as amplitudes dos intervalos de classe são iguais, podemos utilizar o processo simplificado transformando a variável X na variável "d" usando a transformação: $d = \dfrac{X - 41.250}{7.500}$, onde 41.250 é o ponto médio da classe central e 7.500 é a amplitude dos intervalos de classe. Assim teremos:

IMPORTÂNCIA SEGURADA			FREQ.	(X) PM	X·F	d	d·F
22.500	--	30.000	7	26.250	183.750	–2	–14
30.000	--	37.500	8	33.750	270.000	–1	–8
37.500	--	45.000	10	41.250	412.500	0	0
45.000	--	52.500	14	48.750	682.500	1	14
52.500	--	60.000	11	56.250	618.750	2	22
TOTAIS			50		2.167.500		14

A média da variável transformada $\overline{d} = \dfrac{14}{50} \Rightarrow \overline{d} = 0{,}28$.

Para voltar, da variável "d" para a variável X, basta fazer: $X = d \cdot 7.500 + 41.250$ e aplicando as propriedades da média teremos: $\overline{X} = \overline{d} \cdot 7.500 + 41.250 \Rightarrow \overline{X} = 0{,}28 \cdot 7.500 + 41.250 \Rightarrow \overline{X} = 2.100 + 41.250$ $\Rightarrow \overline{X} = 43.350$, o mesmo resultado obtido pelo processo normal.

Cálculo da I.S. média da Empresa BETA pelo processo normal:

IMPORTÂNCIA SEGURADA			FREQ.	(X) PM	X·F
21.000	--	28.000	7	24.500	171.500
28.000	--	36.000	4	32.000	128.000
36.000	--	45.000	9	40.500	364.500
45.000	--	50.000	10	47.500	475.000
50.000	--	60.000	10	55.000	550.000
TOTAIS			40		1.689.000

No que resultará $\overline{X} = \dfrac{1.689.000}{40} \Rightarrow \boxed{\overline{X} = 42.225}$.

Nesta distribuição as amplitudes dos intervalos de classe não são iguais, mas podemos, para facilitar o cálculo, transformar a variável X na variável "z" fazendo z = X – 40.500 onde 40.500 é o ponto médio da classe central e assim teremos:

IMPORTÂNCIA SEGURADA			FREQ.	(X) PM	X·F	z	z·F
21.000	--	28.000	7	24.500	171.500	–16.000	–112.000
28.000	--	36.000	4	32.000	128.000	–8.500	–34.000
36.000	--	45.000	9	40.500	364.500	0	0
45.000	--	50.000	10	47.500	475.000	7.000	70.000
50.000	--	60.000	10	55.000	550.000	14.500	145.000
TOTAIS			40		1.689.000		69.000

A média da variável transformada $\bar{z} = \frac{69.000}{40} \Rightarrow \bar{z} = 1.725$.

Para voltar, da variável "z" para a variável X, basta fazer: $X = z + 40.500$ e aplicando as propriedades da média teremos: $\bar{X} = \bar{z} + 40.500 \Rightarrow \bar{X} = 1.725 + 40.500 \Rightarrow \bar{X} = 42.225$, o mesmo resultado obtido pelo processo normal.

$\frac{\text{média de ALFA}}{\text{média de BETA}} = \frac{43.350}{42.225} = 1{,}0266$, fator de aumento correspondente a um aumento de 2,66%.

Portanto **a afirmativa do item I é CORRETA**.

Mas não há necessidade de fazer este último cálculo para verificar a veracidade da afirmação, pois 2% de 42.225 é igual a 844,5 e a diferença entre as médias é: 43.350 – 42.225 = 1.125, portanto maior do que 2%.

<u>Analisando a afirmativa do item II</u> temos, na distribuição de freqüências da empresa ALFA (que tem uma freqüência total de 50 observações), até a 3ª classe, uma freqüência acumulada de 25 observações. Não há nem necessidade de aplicar a fórmula para a mediana, a qual será o limite superior da classe, igual a 45.000. Temos, na distribuição de freqüências da empresa BETA (que tem uma freqüência total de 40 observações), até a 3ª classe, uma freqüência acumulada de 20 observações. Não há nem necessidade de aplicar a fórmula para a mediana, a qual será o limite superior da classe, igual a 45.000. Portanto, o valor mediano é igual em ambas as distribuições e **a afirmativa do item II é CORRETA**.

<u>Analisando a afirmativa do item III:</u> Aparentemente a distribuição de BETA é bimodal, mas apenas aparentemente, pois os intervalos de classe são diferentes. Seria bimodal se os intervalos de classe tivessem a mesma amplitude. Como são diferentes, temos que calcular a <u>freqüência proporcional</u> em cada classe, dividindo a freqüência pela respectiva amplitude de classe(h). Para facilitar, usaremos a amplitude em milhares de reais. Assim o fazendo, temos:

IMPORTÂNCIA SEGURADA			FREQ.	F/h
21.000	--	28.000	7	1
28.000	--	36.000	4	0,5
36.000	--	45.000	9	1
45.000	--	50.000	10	2
50.000	--	60.000	10	1
TOTAIS			40	

Assim, para a 4ª classe temos 10/5 = 2, o que significa uma freqüência de 2 para cada 1.000 reais, enquanto na 5ª classe temos 10/10 = 1, significando uma freqüência de 1 para cada 1.000 reais.

Logo, a Moda é única e será igual ao ponto médio da 4ª classe, igual a 47.500, pois $\Delta_1 = 2 - 1 = 1$ será igual a $\Delta_2 = 2 - 1 = 1$.

Portanto, **a afirmativa do item III está ERRADA.**

<u>Para analisar a afirmativa do item IV</u> basta sabermos que, pelas propriedades da média, ao somarmos uma constante a cada uma das observações da série, a média ficará acrescida da constante. Assim, a nova média será: 43.350 + 2.250 = 45.600.

Fazendo: $\frac{45.600}{43.350} = 1{,}0519$, fator de aumento correspondente a um aumento de 5,19%.

Portanto **a afirmativa do item IV é CORRETA**.

Mas não há necessidade de fazer este último cálculo para verificar a veracidade da afirmação, pois 5% de 43.350 é igual a 2.167,5 e, portanto, o valor de 2.250 é superior a 5%.

<u>GABARITO</u>: LETRA C

Questão 2

a) Afirmativa VERDADEIRA. Mas não há necessidade de "decorar" esta relação. Para facilmente chegar nela, basta pegar dois números cujo produto seja um quadrado perfeito (para facilitar a obtenção da raiz quadrada) e fazer o teste, sabendo que: a média aritmética é o somatório dos valores observados dividido pelo número de observações; a média geométrica é a raiz enésima do produtório dos n valores observados; e a média harmônica é o número de observações dividido pelo somatório dos inversos dos valores. Por exemplo, para os números 2 e 8, as médias são:

Aritmética: $\overline{X} = \frac{2+8}{2} = \frac{10}{2} = 5$;

Geométrica: $Mg = \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = 4$;

Harmônica: $Mh = \frac{2}{\frac{1}{2}+\frac{1}{8}} = \frac{2}{\frac{5}{8}} = 2 \cdot \frac{8}{5} = \frac{16}{5} = 3{,}2$;

Vemos então que: 3,2 < 4 < 5, logo, $Mh < Mg < \overline{X}$.

Só ocorrerá a igualdade entre as três médias se todos os valores forem exatamente iguais, por exemplo: 4, 4, 4 e 4. As três médias serão iguais a 4.

Se tivermos: 4, 4, 4 e 5, haverá a desigualdade citada acima. Como a afirmativa cita um conjunto de números positivos sem explicitar se são diferentes ou não, então generalizamos para: $Mh \leq Mg \leq \overline{X}$.

b) Afirmativa VERDADEIRA.

c) Afirmativa VERDADEIRA. A propriedade é válida também para a Mediana e para a Moda.

d) Afirmativa FALSA. Utilizamos a Média Geométrica quando estamos interessados em calcular a média de dados que crescem exponencialmente (em progressão geométrica) como, por exemplo, o número de habitantes de uma região. Para grandezas inversamente proporcionais, como velocidade e tempo, a MÉDIA HARMÔNICA é particularmente recomendada para o cálculo da velocidade média.

e) Afirmativa VERDADEIRA.

GABARITO: LETRA D

Página pessoal do Prof. Pedro Bello → http://pedrobello.sites.uol.com.br

E-mail do Prof. Pedro Bello → pedrobello@uol.com.br