

Apresentamos a 2ª parte (7 questões) da resolução das questões de ESTATÍSTICA da prova elaborada em 2006 pela Fundação Getúlio Vargas para Fiscal de ICMS-MS. Na última página estão as tabelas estatísticas que foram colocadas na prova original.

O enunciado a seguir refere-se às questões de números 74, 75 e 76.

A tabela a seguir mostra os resultados obtidos em Matemática por três turmas:

	Aprovados	Reprovados	Total
Turma X	30	10	40
Turma Y	35	5	40
Turma Z	15	5	20
Total	80	20	100

Desejamos testar, usando o teste qui-quadrado:

H_0 : os seis resultados possíveis têm probabilidades iguais

versus

H_1 : os seis resultados possíveis não têm probabilidades iguais.

74

O valor observado da estatística qui-quadrado é, aproximadamente:

- (A) 1,16
 (B) 2,34
 (C) 3,44
 (D) 4,66
 (E) 5,58

RESOLUÇÃO: O valor da Estatística Teste do Qui-Quadrado é dado por: $\chi^2 = \sum \frac{(o - e)^2}{e}$, onde:

$\chi^2 \rightarrow$ Qui-quadrado;

$o \rightarrow$ valor observado;

$e \rightarrow$ valor esperado;

Para que possamos calcular as diferenças entre os valores observados e esperados, precisamos construir a tabela dos valores esperados. Isso será fácil, bastará multiplicarmos os totais das linhas pelos totais das colunas correspondentes e dividir pelo total geral (100). Exemplos:

1) Valor esperado de aprovados da turma X: $\frac{80 \cdot 40}{100} = 32$;

2) Valor esperado de reprovados da turma Z: $\frac{20 \cdot 20}{100} = 4$.

Assim, temos a tabela dos valores esperados (em vermelho):

	Aprovados	Reprovados	Total
Turma X	32	8	40
Turma Y	32	8	40
Turma Z	16	4	20
Total	80	20	100

Agora basta aplicar a fórmula dada no início:

$$\chi^2 = \frac{(30 - 32)^2}{32} + \frac{(10 - 8)^2}{8} + \frac{(35 - 32)^2}{32} + \frac{(5 - 8)^2}{8} + \frac{(15 - 16)^2}{16} + \frac{(5 - 4)^2}{4} \Rightarrow$$

$$\chi^2 = \frac{4}{32} + \frac{4}{8} + \frac{9}{32} + \frac{9}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{4} .$$

Homogeneizando as frações, cujo MMC dos denominadores é igual a 32, fica:

$$\chi^2 = \frac{4}{32} + \frac{16}{32} + \frac{9}{32} + \frac{36}{32} + \frac{2}{32} + \frac{8}{32} \Rightarrow \chi^2 = \frac{75}{32} \Rightarrow \chi^2 \cong 2,34.$$

Gabarito - letra B

75

O número de graus de liberdade é:

- (A) 2
 (B) 3
 (C) 4
 (D) 6
 (E) 99

RESOLUÇÃO:

$G_{lib} = (NL - 1) \cdot (NC - 1)$, onde G_{lib} é o número de graus de liberdade, NL é o número de linhas e NC é o número de colunas. Então: $G_{lib} = (3 - 1) \cdot (2 - 1) = 2 \cdot 1 = 2$.

Gabarito - letra A

76

Nos níveis de 1%, 5% e 10%, a decisão sobre H_0 é:

	$\alpha = 1\%$	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 10\%$
(A)	não rejeitar	Não rejeitar	não rejeitar
(B)	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar
(C)	não rejeitar	rejeitar	rejeitar
(D)	rejeitar	rejeitar	não rejeitar
(E)	rejeitar	rejeitar	rejeitar

RESOLUÇÃO:

O valor da Estatística Teste (calculado na questão 74) nos forneceu $\chi^2 = 2,34$.

Comparando com os valores tabelados (tabela da Distribuição Qui-Quadrado no final da prova) e utilizando sempre o teste unilateral à direita, teremos para os níveis de significância:

$\alpha = 1\% \rightarrow$ considerando $v = 2$ (graus de liberdade), a tabela fornece para $\chi_{0,99}^2$ o valor 9,21 e vemos que $2,34 < 9,21$. Então, $\chi_{CALC}^2 < \chi_{SUP}^2$ e a um nível de significância de 1%, não posso rejeitar H_0 ;

$\alpha = 5\% \rightarrow$ considerando $v = 2$ (graus de liberdade), a tabela fornece para $\chi_{0,95}^2$ o valor 5,99 e vemos que $2,34 < 5,99$. Então, $\chi_{CALC}^2 < \chi_{SUP}^2$ e a um nível de significância de 5%, não posso rejeitar H_0 ;

$\alpha = 10\% \rightarrow$ considerando $v = 2$ (graus de liberdade), a tabela fornece para $\chi_{0,90}^2$ o valor 4,61 e vemos que $2,34 < 4,61$. Então $\chi_{CALC}^2 < \chi_{SUP}^2$ e a um nível de significância de 10%, não posso rejeitar H_0 ;

Gabarito - letra A

77

Uma amostra aleatória de tamanho 400 revelou que 64% dos torcedores brasileiros acham que conquistaremos o hexacampeonato mundial de futebol. O intervalo de 95% de confiança para a proporção de torcedores na população que acreditam no hexacampeonato é:

- (A) 64% ± 3,9%
- (B) 64% ± 4,2%
- (C) 64% ± 4,7%
- (D) 64% ± 5,1%
- (E) 64% ± 5,6%

RESOLUÇÃO:

O tamanho n da amostra é 400 e nesta, a proporção favorável (acreditam no hexa) é $p' = 0,64$. Então a proporção desfavorável $q' = 0,36$, pois p' e q' são complementares.

A estimativa por intervalo para a proporção é dada por:

$$\hat{P} = p' \pm \varepsilon, \text{ onde:}$$

\hat{P} é a proporção estimada para a população;

p' é a proporção favorável na amostra;

ε = erro da estimativa, dado por $\varepsilon = Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p' \cdot q'}{n}}$, sendo $Z_{\alpha/2}$ a abscissa da Tabela da Distribuição Normal Padrão (dada no final da prova).

O valor de $Z_{\alpha/2}$ dependerá do nível de significância (α) ou do nível de confiança ($1 - \alpha$) adotado.

Na presente questão, o nível de confiança pedido é de 95%.

Logo, para termos 2,5% ($\frac{\alpha}{2}$) nos extremos da curva normal padrão, deveremos ter áreas de 47,5% à esquerda e a direita da média (a normal padrão é centrada na média). Consultando a Tabela da Distribuição Normal Padrão, podemos ver que uma área de 0,475 corresponderá a uma abscissa em Z igual a 1,96 (vide o 2º gráfico da questão 67).

Portanto, o valor do erro será:

$$\varepsilon = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,64 \cdot 0,36}{400}} \Rightarrow \varepsilon = 1,96 \cdot \frac{\sqrt{0,2304}}{20} \Rightarrow \varepsilon = 1,96 \cdot \frac{0,48}{20} \Rightarrow \varepsilon = 0,04704 \Rightarrow \varepsilon \cong 4,7\%$$

E assim, teremos a estimativa: $\hat{P} = 64\% \pm 4,7\%$.

Gabarito - letra C

78

Analise as afirmativas a seguir, a respeito da média aritmética:

- I. A soma dos resíduos em relação à média aritmética é sempre igual a zero.
- II. É em relação à média aritmética que a soma dos valores absolutos dos resíduos é mínima.
- III. É em relação à média aritmética que a soma dos quadrados dos resíduos é mínima.

Assinale:

- (A) se somente a afirmativa II estiver correta.
- (B) se somente as afirmativas I e II estiverem corretas.
- (C) se somente as afirmativas I e III estiverem corretas.
- (D) se somente as afirmativas II e III estiverem corretas.
- (E) se todas as afirmativas estiverem corretas.

RESOLUÇÃO:

A afirmativa I está **CORRETA**.

A afirmativa II está **ERRADA**, pois não é em relação à **média aritmética** que a soma dos valores absolutos dos resíduos é mínima, mas sim em relação à **mediana**.

A afirmativa III está **CORRETA**.

Gabarito - letra C.

O enunciado a seguir refere-se às questões de números 79 e 80.

Considere uma cesta formada por dois bens:

Bem 1

Preço Jan	Preço Fev	Quant Jan	Quant Fev
80	100	50	80

Bem 2

Preço Jan	Preço Fev	Quant Jan	Quant Fev
75	100	60	60

79

O índice de preços de Laspeyres de fevereiro com base 100 em janeiro é igual a:

- (A) 115
- (B) 118
- (C) 123
- (D) 125
- (E) 129

RESOLUÇÃO:

$$L = \frac{\sum p_i \cdot q_0}{\sum p_0 \cdot q_0} \Rightarrow L = \frac{(100 \cdot 50) + (100 \cdot 60)}{(80 \cdot 50) + (75 \cdot 60)} \Rightarrow L = \frac{(100 \cdot 50) + (100 \cdot 60)}{(80 \cdot 50) + (75 \cdot 60)} \text{ e dividindo por 10}$$

numerador e denominador, para simplificar, ficamos com: $L = \frac{500 + 600}{400 + 450}$. Multiplicando por

100 para encontrar o índice na forma percentual, temos: $L = \frac{1.100}{850} \cdot 100 \Rightarrow L \cong 129$.

Gabarito - letra E.

80

O índice de preços de Paasche de fevereiro com base 100 em janeiro é igual a:

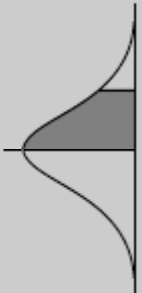
- (A) 115
- (B) 118
- (C) 123
- (D) 125
- (E) 128

RESOLUÇÃO:

$$P = \frac{\sum p_i \cdot q_i}{\sum p_0 \cdot q_i} \Rightarrow P = \frac{(100 \cdot 80) + (100 \cdot 60)}{(80 \cdot 80) + (75 \cdot 60)} \Rightarrow P = \frac{800 + 600}{640 + 450} \Rightarrow P = \frac{1.400}{1.090} \cdot 100 \Rightarrow P \cong 128.$$

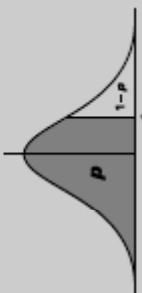
Gabarito - letra E.

TABELAS AUXILIARES PARA AS QUESTÕES DE ESTATÍSTICA



Área sob a Curva Normal Padronizada de 0 a z

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0754
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2258	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2518	.2549
0.7	.2580	.2612	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2996	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3868	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4712	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4987
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997	.4997
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998
3.5	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998
3.6	.4998	.4998	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.7	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.8	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.9	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000



Valores de Percentis (t_p) para a Distribuição t de Student com v graus de liberdade

v	$t_{0.95}$	$t_{0.90}$	$t_{0.85}$	$t_{0.80}$	$t_{0.75}$	$t_{0.70}$	$t_{0.65}$	$t_{0.60}$	$t_{0.55}$	$t_{0.50}$	$t_{0.45}$	$t_{0.40}$	$t_{0.35}$	$t_{0.30}$	$t_{0.25}$	$t_{0.20}$	$t_{0.15}$	$t_{0.10}$	$t_{0.05}$	$t_{0.025}$	$t_{0.01}$				
1	.158	.325	.727	1.000	1.376	3.008	6.31	12.71	31.82	63.66															
2	.142	.289	.617	.816	1.89	2.32	4.30	6.96	9.92																
3	.137	.277	.584	.765	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84																
4	.134	.271	.569	.741	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60																
5	.132	.267	.559	.727	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03																
6	.131	.265	.553	.718	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71																
7	.130	.263	.549	.711	1.42	1.90	2.36	3.00	3.50																
8	.130	.262	.546	.706	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36																
9	.129	.261	.543	.703	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25																
10	.129	.260	.542	.700	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17																
11	.129	.260	.540	.697	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11																
12	.128	.259	.539	.695	1.36	1.78	2.18	2.68	3.06																
13	.128	.259	.538	.694	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01																
14	.128	.258	.537	.692	1.34	1.76	2.14	2.62	2.98																
15	.128	.258	.536	.691	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95																
16	.128	.258	.535	.690	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92																
17	.128	.257	.534	.689	1.33	1.74	2.11	2.55	2.90																
18	.127	.257	.534	.688	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88																
19	.127	.257	.533	.688	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86																
20	.127	.257	.533	.687	1.32	1.72	2.08	2.53	2.84																
21	.127	.257	.532	.686	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83																
22	.127	.256	.532	.686	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82																
23	.127	.256	.532	.685	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81																
24	.127	.256	.531	.685	1.32	1.71	2.06	2.49	2.80																
25	.127	.256	.531	.684	1.32	1.71	2.06	2.48	2.79																
26	.127	.256	.531	.684	1.32	1.71	2.05	2.48	2.78																
27	.127	.256	.531	.684	1.31	1.70	2.05	2.47	2.77																
28	.127	.256	.530	.683	1.31	1.70	2.05	2.47	2.76																
29	.127	.256	.530	.683	1.31	1.70	2.04	2.46	2.76																
30	.127	.256	.530	.683	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75																
40	.126	.255	.529	.681	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70																
60	.126	.254	.527	.679	1.29	1.66	2.00	2.39	2.66																
120	.126	.254	.526	.677	1.29	1.66	1.98	2.36	2.62																
∞	.126	.253	.524	.674	1.28	1.645	1.96	2.33	2.58																

v	$\chi^2_{.995}$	$\chi^2_{.99}$	$\chi^2_{.95}$	$\chi^2_{.90}$	$\chi^2_{.85}$	$\chi^2_{.80}$	$\chi^2_{.75}$	$\chi^2_{.70}$	$\chi^2_{.65}$	$\chi^2_{.60}$	$\chi^2_{.55}$	$\chi^2_{.50}$	$\chi^2_{.45}$	$\chi^2_{.40}$	$\chi^2_{.35}$	$\chi^2_{.30}$	$\chi^2_{.25}$	$\chi^2_{.20}$	$\chi^2_{.15}$	$\chi^2_{.10}$	$\chi^2_{.05}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.01}$	$\chi^2_{.005}$	$\chi^2_{.995}$	$\chi^2_{.99}$	$\chi^2_{.95}$	$\chi^2_{.90}$	$\chi^2_{.85}$	$\chi^2_{.80}$	$\chi^2_{.75}$	$\chi^2_{.70}$	$\chi^2_{.65}$	$\chi^2_{.60}$	$\chi^2_{.55}$	$\chi^2_{.50}$	$\chi^2_{.45}$	$\chi^2_{.40}$	$\chi^2_{.35}$	$\chi^2_{.30}$	$\chi^2_{.25}$	$\chi^2_{.20}$	$\chi^2_{.15}$	$\chi^2_{.10}$	$\chi^2_{.05}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.01}$	$\chi^2_{.005}$																																																																											
1	0.000	0.002	0.010	0.034	0.058	0.102	.155	.219	.293	.377	.470	.564	.658	.752	.846	.940	1.034	1.128	1.222	1.316	1.410	1.504	1.598	1.692	1.786	1.880	1.974	2.068	2.162	2.256	2.350	2.444	2.538	2.632	2.726	2.820	2.914	3.008	3.102	3.196	3.290	3.384	3.478	3.572	3.666	3.760	3.854	3.948	4.042	4.136	4.230	4.324	4.418	4.512	4.606	4.700	4.794	4.888	4.982	5.076	5.170	5.264	5.358	5.452	5.546	5.640	5.734	5.828	5.922	6.016	6.110	6.204	6.298	6.392	6.486	6.580	6.674	6.768	6.862	6.956	7.050	7.144	7.238	7.332	7.426	7.520	7.614	7.708	7.802	7.896	7.990	8.084	8.178	8.272	8.366	8.460	8.554	8.648	8.742	8.836	8.930	9.024	9.118	9.212	9.306	9.400	9.494	9.588	9.682	9.776	9.870	9.964	10.058	10.152	10.246	10.340	10.434	10.528	10.622	10.716	10.810	10.904	11.0

Valores dos Percentis χ^2_p para a Distribuição Qui-Quadrado com v graus de liberdade