Disponibilizo a primeira parte (8 questões) da resolução das 15 questões de ESTATÍSTICA da prova elaborada em 2006 pela Fundação Getúlio Vargas para Fiscal de ICMS do Mato Grosso do Sul. Em breve serão disponibilizadas as 7 questões restantes (questões 74 a 80). Na última página estão as tabelas estatísticas que foram colocadas na prova original.

66

O relativo de preços de março de 2006 com base 100 em fevereiro de 2006 é 125. Qual é o relativo de preços de fevereiro de 2006 com base 100 em março de 2006?

(A) 72
(B) 75
(C) 80
(D) 85
(E) 90

RESOLUÇÃO:

Temos:	Queremos:
FEV/06 = 100 (Base atual)	X
MAR/06 = 125	100 (NOVA BASE)

Basta fazer uma simples proporção: 100 está para 125, assim como X está para 100, ou seja:

$\frac{100}{125} = \frac{X}{100} \Rightarrow 125X = 10.000 \Rightarrow X = \mathbf{80}$

Gabarito - letra C.

67

Em um teste de hipóteses, a hipótese nula foi rejeitada no nível de 3%. Portanto, a hipótese nula:

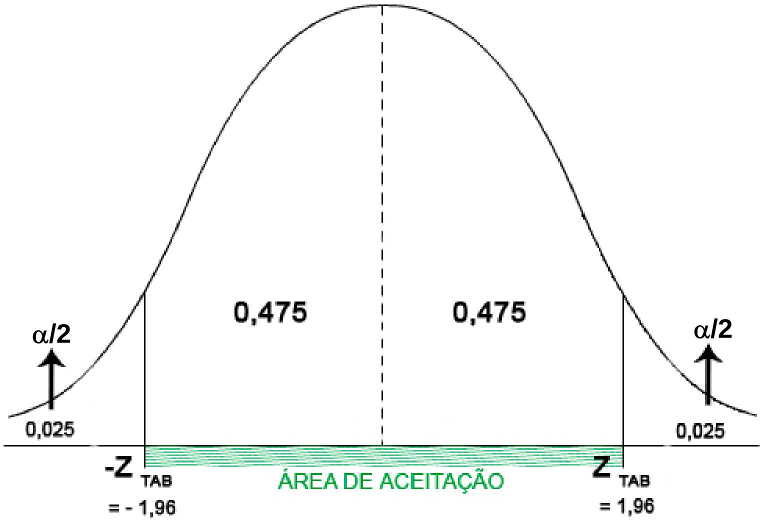
(A) será aceita no nível de 1%.
(B) será aceita no nível de 5%.
(C) pode ser aceita ou rejeitada no nível de 5%.
(D) será rejeitada no nível de 1%.
(E) será rejeitada no nível de 5%.

RESOLUÇÃO:

Como a questão não dá detalhes a respeito do tamanho da amostra, vamos considerar uma distribuição Normal. Isto não altera o raciocínio, que seria o mesmo para uma distribuição t-Student. Também não especifica se o teste é bilateral ou unilateral, então vamos simular os dois casos.

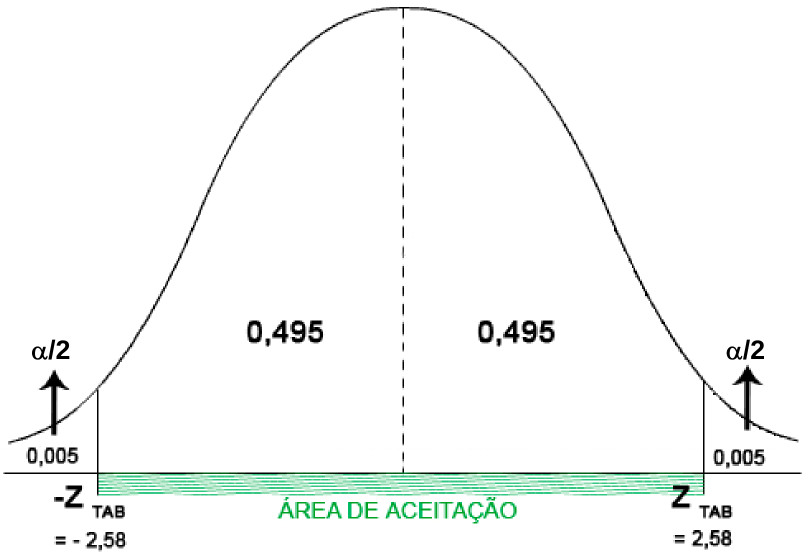
Sendo o teste **bilateral** com um α = 3% teremos uma abscissa em Z igual a 2,17 (ver que na tabela da Normal Padrão uma área de 0,485 corresponde a tal abscissa), conforme desenho abaixo:

Se a hipótese nula foi rejeitada, é porque o valor do Z calculado é menor do que –2,17 ou maior do que 2,17. Não sabemos o valor do Z calculado, mas com um α = 5% teremos uma abscissa em Z (Z tabelado) igual a 1,96 (correspondente a uma área de 0,475), conforme o desenho:



Ora, se o Z calculado é maior do que 2,17, **com certeza** ele será maior do que 1,96 e se o Z calculado é menor do que –2,17, **com certeza** ele será menor do que –1,96, o que nos remete, com segurança, ao **gabarito da letra E**, ou seja, **a um nível de significância de 5% <u>podemos afirmar com absoluta certeza</u> que a hipótese nula será rejeitada**, independentemente de qual valor seja o Z calculado. Isto invalida o gabarito da letra B (aceita a hipótese) e o gabarito da letra C (aceita ou rejeita), pois a hipótese é rejeitada.

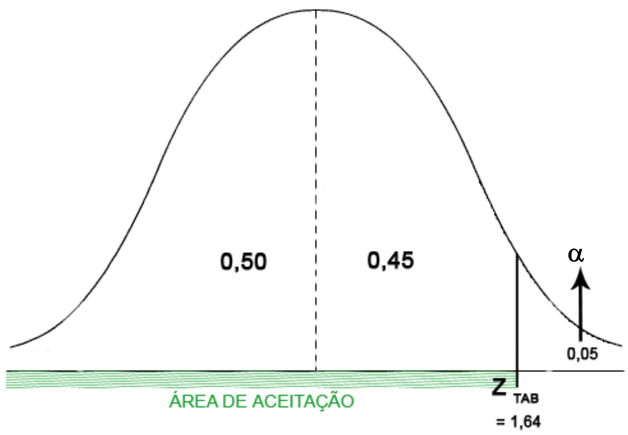
Tal certeza não ocorre ao nível de significância de 1% para α, conforme desenho abaixo:



Se o valor de Z calculado (que sabemos apenas ser maior do que 2,17) for, por exemplo, 2,30, a hipótese nula será aceita, mas se o valor de Z calculado for, por exemplo, 2,60 a hipótese nula será rejeitada. Assim, num teste bilateral, **a um nível de 1% nada podemos afirmar sobre a hipótese nula**. Isto invalida o gabarito da letra A (aceita – talvez sim, talvez não) e o gabarito da letra D (rejeita – talvez sim, talvez não).

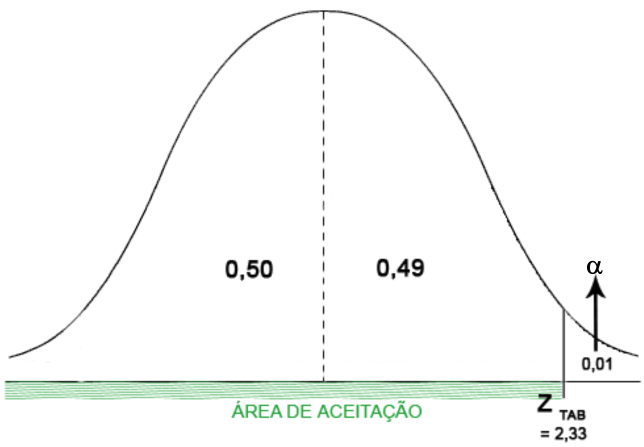
Vamos simular agora apenas o teste **unilateral à direita** (vale o raciocínio simétrico para o unilateral à esquerda) em que, com α = 3% teremos uma abscissa em Z (Z tabelado) igual a 1,88 (ver que na tabela da Normal Padrão uma área de 0,47 corresponde a tal abscissa), conforme desenho a seguir:

Se a hipótese nula foi rejeitada, é porque o valor do Z calculado é maior do que 1,88 ou menor do que –1,88 (se for o teste unilateral à esquerda). Não sabemos o valor do Z calculado, mas com α = 5% teremos uma abscissa em Z (Z_{tab}) igual a 1,64 (correspondente a uma área de 0,45), conforme desenho abaixo:



Ora, se o Z calculado é maior do que 1,88, **com certeza** ele será maior do que 1,64 e se o Z calculado é menor do que –1,88, **com certeza** ele será menor do que –1,64, o que nos remete, com segurança, ao **gabarito da letra E**, ou seja, **a um nível de significância de 5% podemos afirmar com absoluta certeza que a hipótese nula será rejeitada**, independentemente de qual seja o valor do Z calculado. Isto invalida o gabarito da letra B (aceita a hipótese) e o gabarito da letra C (aceita ou rejeita), pois a hipótese é rejeitada.

Assim como no teste bilateral, tal certeza não ocorre no nível de 1% de significância para α, pois:



Se o valor de Z calculado (que sabemos apenas ser maior do que 1,88) for, por exemplo, 2,30, a hipótese nula será aceita, mas se o valor de Z calculado for, por exemplo, 2,60 a hipótese nula será rejeitada. Assim, também no teste unilateral, **a um nível de 1% nada podemos afirmar sobre a hipótese nula**. Isto invalida o gabarito da letra A (aceita – talvez sim, talvez não) e o gabarito da letra D (rejeita – talvez sim, talvez não).

Gabarito - letra E.

68

Analise as afirmativas a seguir, a respeito da mediana:

I. A soma dos resíduos em relação à mediana é sempre igual a zero.

II. É em relação à mediana que a soma dos valores absolutos dos resíduos é mínima.

III. É em relação à mediana que a soma dos quadrados dos resíduos é mínima.

Assinale:

(A) se somente a afirmativa II estiver correta.
(B) se somente as afirmativas I e II estiverem corretas.
(C) se somente as afirmativas I e III estiverem corretas.
(D) se somente as afirmativas II e III estiverem corretas.
(E) se todas as afirmativas estiverem corretas.

RESOLUÇÃO:

A afirmativa I está **ERRADA**, pois não é em relação à **mediana** que a soma dos resíduos é sempre igual a zero, mas sim em relação à **média**.

A afirmativa II está absolutamente **CORRETA**.

A afirmativa III está **ERRADA**, pois não é em relação à **mediana** que a soma dos quadrados dos resíduos é mínima, mas sim em relação à **média**.

Gabarito - letra A.

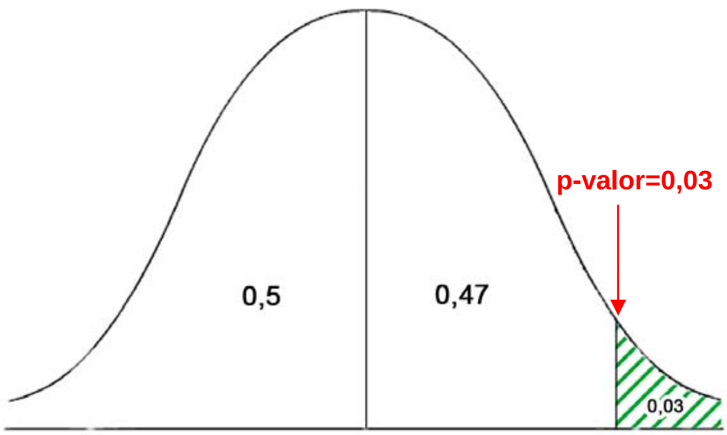
69

Um teste de hipótese apresentou p-valor igual a 0,03. Portanto, nos níveis de significância de 1% e 5%, respectivamente, a hipótese nula:

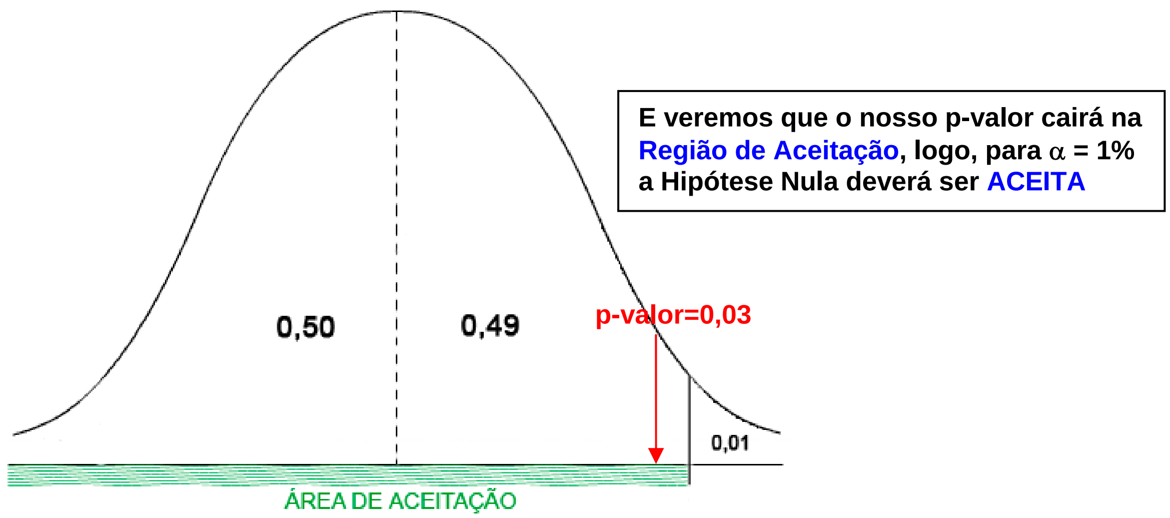
(A) deve ser aceita e aceita.
(B) deve ser aceita e rejeitada.
(C) deve ser rejeitada e aceita.
(D) deve ser rejeitada e rejeitada.
(E) pode ou não ser rejeitada, dependendo de a hipótese ser simples ou não.

RESOLUÇÃO:

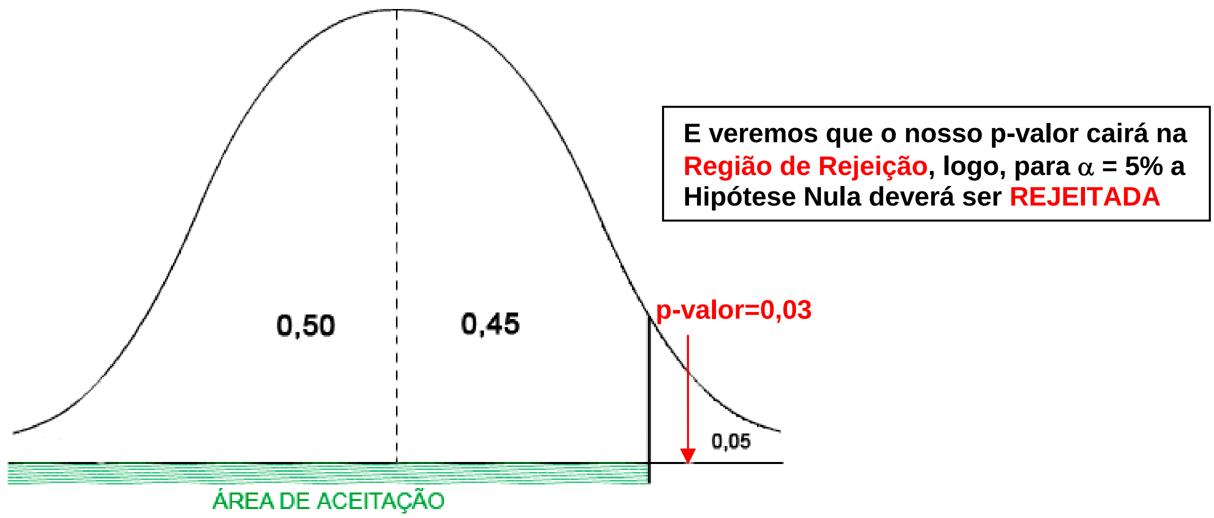
Questão muito parecida com a questão 67, a diferença é que nesta, fixaremos o p-valor como fronteira para aceitação ou rejeição. Esse p-valor será o nosso Z calculado. Assim, temos:



Num nível de significância de 1%, teremos:



Num nível de significância de 5%, teremos:



Gabarito - letra B.

70

Analise as afirmativas a seguir, a respeito de duas variáveis aleatórias X e Y:

I. se X e Y são independentes, então Cov (X; Y) = 0;

II. se Cov (X; Y) = 0, então X e Y são independentes;

III. se X e Y são independentes, então E(XY) = E(X)·E(Y);

IV. se E(XY) = E(X)·E(Y), então X e Y são independentes.

Assinale:

(A) se nenhuma afirmativa estiver correta.
(B) se somente as afirmativas I e III estiverem corretas.
(C) se somente as afirmativas I e IV estiverem corretas.
(D) se somente as afirmativas II e IV estiverem corretas.
(E) se todas as afirmativas estiverem corretas.

RESOLUÇÃO:

I - **CORRETA**;

II - **ERRADA**, pois se X e Y são independentes com certeza Cov (X; Y) = 0 (vide item I), mas quando a Cov (X; Y) = 0 **não necessariamente** X e Y serão independentes, geralmente são, mas podem não ser;

III - **CORRETA**;

IV - **ERRADA**, pois se X e Y são independentes, com certeza E(XY) = E(X)·E(Y), ou seja, a esperança conjunta é igual ao produto das esperanças individuais (vide item III), mas se E(XY) = E(X)·E(Y), **não necessariamente** X e Y serão independentes, geralmente são, mas podem não ser.

Gabarito - letra B.

O enunciado a seguir refere-se às questões de números 71 e 72.

Uma amostra aleatória simples de tamanho 25 foi selecionada para estimar a média desconhecida de uma população normal. A média amostral encontrada foi 4,2, e a variância amostral foi 1,44.

71

O intervalo de 95% de confiança para a média populacional é:

(A) 4,2 ± 0,49

(B) 4,2 ± 0,64

(C) 4,2 ± 0,71

(D) 4,2 ± 0,75

(E) 4,2 ± 0,81

RESOLUÇÃO:

O intervalo de confiança para a estimativa da média populacional será dado por:

$\mu = [\overline{X} \pm \varepsilon]$, onde:

$\overline{X}$ é a média amostral (dada no enunciado e igual a 4,2);

ε é o erro amostral, que iremos calcular para poder fazer a estimativa da média populacional.

Para calcular o erro, deveremos usar a **Distribuição t-Student**, pois a amostra é pequena (n < 30) e a variância populacional (σ^2) é desconhecida. Temos somente a variância amostral (S^2), que é igual a 1,44. Portanto o desvio padrão amostral (S) será igual a 1,2.

Então vamos utilizar a tabela da Distribuição t-Student (dada na prova) com φ (Fi) graus de liberdade igual a 24 (n – 1), pois n = 25.

Como teremos 2,5% à esquerda e 2,5% à direita, vamos procurar, na tabela, a célula interseção de $t_{0,975}$ com $\varphi = 24$, pois a tabela t-Student é bi-paramétrica. Assim o fazendo, encontraremos o valor 2,06.

A fórmula do erro amostral é dada por: $\boxed{\varepsilon = t_{1-\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}}$.

Temos os valores de: $t_{1-\alpha/2} = 2{,}06$; S = 1,2 e n = 25.

Logo: $\varepsilon = 2{,}06 \cdot \frac{1{,}2}{\sqrt{25}} \Rightarrow \varepsilon = \mathbf{0{,}4944}$.

Portanto, o intervalo para a média populacional será: μ **= [4,2 ± 0,49]** ou μ = [3,71; 4,69].

Gabarito - letra A

72

O intervalo de 95% de confiança para a variância populacional é:

(A) (0,88, 2,79)
(B) (0,72, 3,05)
(C) (0,64, 3,20)
(D) (0,55, 3,16)
(E) (0,44, 3,44)

RESOLUÇÃO:

A estimativa por intervalo para a variância populacional, considerando um nível de significância α, será dada por:

$\boxed{P\left(\frac{(n-1)\cdot S^2}{\chi^2_{sup}} \le \sigma^2 \le \frac{(n-1)\cdot S^2}{\chi^2_{inf}}\right) = 1-\alpha}$, onde:

n é o número de elementos da amostra (no caso, n = 25);

S^2 é a variância amostral (igual a 1,44, conforme enunciado);

χ^2_{sup} é o Qui-Quadrado superior, valor que encontraremos consultando a tabela da **Distribuição Qui-Quadrado** dada na prova, tabela esta também bi-paramétrica como a tabela t-Student. Consideraremos o número de graus de liberdade φ (Fi) igual a 24 (n − 1), pois n =25. Se o nível de confiança é 0,95, então o nível de significância α é de 0,05, sendo $\alpha/2$ = 0,025. Na interseção de φ = 24 com $\chi^2_{0,975}$ temos o valor do χ^2_{sup}, que é igual a **39,4**;

χ^2_{inf} é o Qui-Quadrado inferior, valor que encontraremos consultando a mesma tabela citada anteriormente. Na interseção de φ = 24 com $\chi^2_{0,025}$ temos o valor do χ^2_{inf}, igual a **12,4**;

Substituindo os valores na fórmula, fica:

$P\left(\frac{24\cdot 1{,}44}{39{,}4} \le \sigma^2 \le \frac{24\cdot 1{,}44}{12{,}4}\right) = 0{,}95 \Rightarrow P(0{,}877 \le \sigma^2 \le 2{,}787) = 0{,}95$ ou IC $\cong$ **(0,88, 2,79)**.

Gabarito - letra A

73

Se X tem distribuição normal com média 4 e variância 9, a probabilidade de X > 6 vale, aproximadamente:

(A) 0,25
(B) 0,28
(C) 0,33
(D) 0,37
(E) 0,46

RESOLUÇÃO:

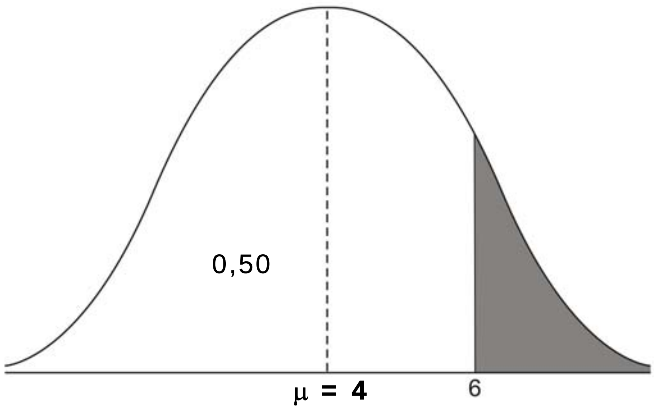
Primeiramente, vamos relembrar que, se a distribuição normal tem média μ e variância σ^2, a distribuição normal padrão terá média zero e variância unitária (igual a 1). Como transformar uma normal em normal padronizada?

Através da variável de padronização (Z) dada por: $\boxed{Z = \frac{X-\mu}{\sigma}}$.

Onde μ é a média e σ é o desvio padrão. Do enunciado temos que μ = 4 e $\sigma = \sqrt{9}$ = 3.

Lembremos ainda que, a curva da distribuição normal é aquela curva campanular perfeita, simétrica e mesocúrtica e nesse caso, média, moda e mediana serão coincidentes, ou seja, será centrada na média, que dividirá a distribuição em duas partes iguais, 50% abaixo e 50% acima.

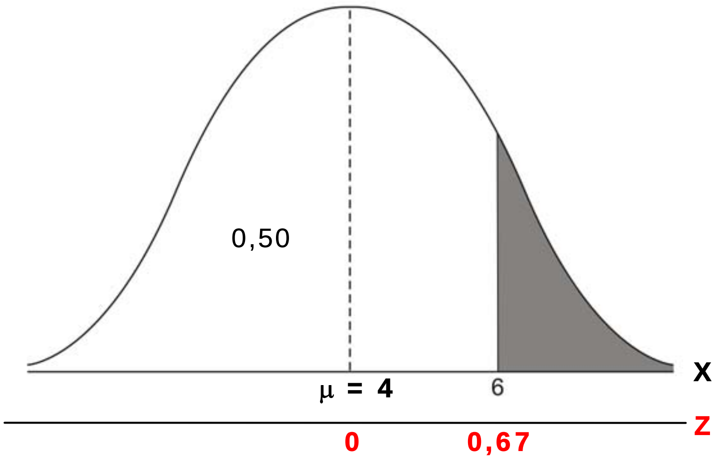
Fazendo o desenho da curva normal padrão, com 50% da área à esquerda da média:



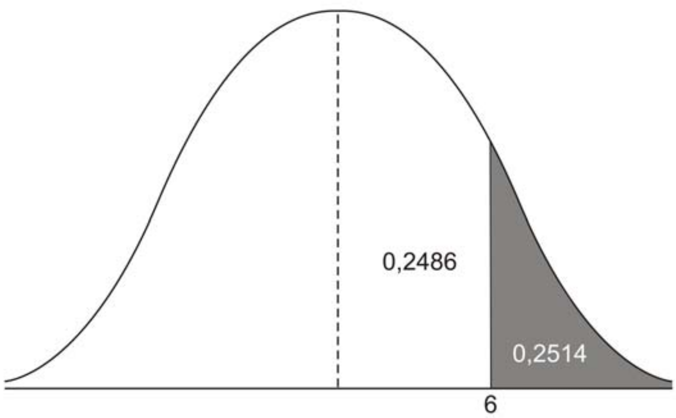
Estamos procurando, para atender ao solicitado no enunciado, a área sombreada à direita do valor 6, pois é pedida a probabilidade de X ser maior do que 6. Se encontrarmos, na curva da normal padrão, a área entre os valores 4 (média) e 6, bastará subtrair de 0,50 (que está à direita da média) essa área. Então, vamos encontrar o valor correspondente em Z para X = 6. Utilizando a variável de padronização, teremos, de acordo com os dados do enunciado:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow Z = \frac{6 - 4}{3} \Rightarrow Z = \frac{2}{3} = 0{,}6666... \cong 0{,}67.$$

Façamos agora um eixo paralelo ao eixo dos X. Tal eixo paralelo será o nosso eixo da variável padronizada Z, em que teremos zero para o valor correspondente à média (na normal padrão a média corresponde a zero) e teremos o valor de 0,67 para a abscissa correspondente a 6.



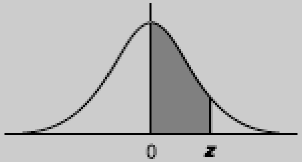
Buscando então, na tabela da Distribuição Normal (dada na prova) o valor da área em Z correspondente à distância entre Z = 0 e Z = 0.67, encontraremos na tabela: 0,2486.



Não é difícil concluir que a área procurada será igual a: 0,50 – 0,2486 = 0,2514 ≅ **0,25**

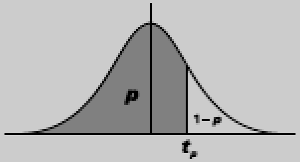
Gabarito - letra A

TABELAS AUXILIARES PARA AS QUESTÕES DE ESTATÍSTICA



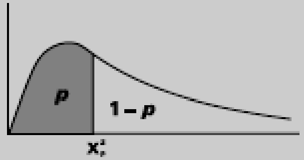
Área sob a Curva Normal Padronizada de 0 a z

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	,0000	,0040	,0080	,0120	,0160	,0199	,0239	,0279	,0319	,0359
0,1	,0398	,0438	,0478	,0517	,0557	,0596	,0636	,6750	,0714	,0754
0,2	,0793	,0832	,0871	,0910	,0948	,0987	,1026	,1064	,1103	,1141
0,3	,1179	,1217	,1255	,1293	,1331	,1368	,1406	,1443	,1480	,1517
0,4	,1554	,1591	,1628	,1664	,1700	,1736	,1772	,1808	,1844	,1879
0,5	,1915	,1950	,1985	,2019	,2054	,2088	,2123	,2157	,2190	,2224
0,6	,2258	,2291	,2324	,2357	,2389	,2422	,2454	,2486	,2518	,2549
0,7	,2580	,2612	,2642	,2673	,2704	,2734	,2764	,2794	,2823	,2852
0,8	,2881	,2910	,2939	,2967	,2996	,3023	,3051	,3078	,3106	,3133
0,9	,3159	,3186	,3212	,3238	,3264	,3289	,3315	,3340	,3365	,3389
1,0	,3413	,3438	,3461	,3485	,3508	,3531	,3554	,3577	,3599	,3621
1,1	,3643	,3665	,3686	,3708	,3729	,3749	,3770	,3790	,3810	,3830
1,2	,3849	,3869	,3888	,3907	,3925	,3944	,3962	,3980	,3997	,4015
1,3	,4032	,4049	,4066	,4082	,4099	,4115	,4131	,4147	,4162	,4177
1,4	,4192	,4207	,4222	,4236	,4251	,4265	,4279	,4292	,4306	,4319
1,5	,4332	,4345	,4357	,4370	,4382	,4394	,4406	,4418	,4429	,4441
1,6	,4452	,4463	,4474	,4484	,4495	,4505	,4515	,4525	,4535	,4545
1,7	,4554	,4564	,4573	,4582	,4591	,4599	,4608	,4616	,4625	,4633
1,8	,4641	,4649	,4656	,4664	,4671	,4678	,4686	,4693	,4699	,4706
1,9	,4713	,4719	,4726	,4732	,4738	,4744	,4750	,4756	,4761	,4767
2,0	,4772	,4778	,4783	,4788	,4793	,4798	,4803	,4808	,4812	,4817
2,1	,4821	,4826	,4830	,4834	,4838	,4842	,4846	,4850	,4854	,4857
2,2	,4861	,4864	,4868	,4871	,4875	,4878	,4881	,4884	,4887	,4890
2,3	,4893	,4896	,4898	,4901	,4904	,4906	,4909	,4911	,4913	,4916
2,4	,4918	,4920	,4922	,4925	,4927	,4929	,4931	,4932	,4934	,4936
2,5	,4938	,4940	,4941	,4943	,4945	,4946	,4948	,4949	,4951	,4952
2,6	,4953	,4955	,4956	,4957	,4959	,4960	,4961	,4962	,4963	,4964
2,7	,4965	,4966	,4967	,4968	,4969	,4970	,4971	,4972	,4973	,4974
2,8	,4974	,4975	,4976	,4977	,4977	,4978	,4979	,4979	,4980	,4981
2,9	,4981	,4982	,4982	,4983	,4984	,4984	,4985	,4985	,4986	,4986
3,0	,4987	,4987	,4987	,4988	,4988	,4989	,4989	,4989	,4990	,4990
3,1	,4990	,4991	,4991	,4991	,4992	,4992	,4992	,4992	,4993	,4993
3,2	,4993	,4993	,4994	,4994	,4994	,4994	,4994	,4995	,4995	,4995
3,3	,4995	,4995	,4995	,4996	,4996	,4996	,4996	,4996	,4996	,4997
3,4	,4997	,4997	,4997	,4997	,4997	,4997	,4997	,4997	,4997	,4998
3,5	,4998	,4998	,4998	,4998	,4998	,4998	,4998	,4998	,4998	,4998
3,6	,4998	,4998	,4999	,4999	,4999	,4999	,4999	,4999	,4999	,4999
3,7	,4999	,4999	,4999	,4999	,4999	,4999	,4999	,4999	,4999	,4999
3,8	,4999	,4999	,4999	,4999	,4999	,4999	,4999	,4999	,4999	,4999
3,9	,5000	,5000	,5000	,5000	,5000	,5000	,5000	,5000	,5000	,5000



Valores de Percentis (t_p) para a Distribuição t de Student com v graus de liberdade

v	$t_{0,55}$	$t_{0,60}$	$t_{0,70}$	$t_{0,75}$	$t_{0,80}$	$t_{0,90}$	$t_{0,95}$	$t_{0,975}$	$t_{0,99}$	$t_{0,995}$
1	,158	,325	,727	1,000	1,376	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66
2	,142	,289	,617	,816	1,061	1,89	2,92	4,30	6,96	9,92
3	,137	,277	,584	,765	,978	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84
4	,134	,271	,569	,741	,941	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60
5	,132	,267	,559	,727	,920	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03
6	,131	,265	,553	,718	,906	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71
7	,130	,263	,549	,711	,896	1,42	1,90	2,36	3,00	3,50
8	,130	,262	,546	,706	,889	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36
9	,129	,261	,543	,703	,883	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25
10	,129	,260	,542	,700	,879	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17
11	,129	,260	,540	,697	,876	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11
12	,128	,259	,539	,695	,873	1,36	1,78	2,18	2,68	3,06
13	,128	,259	,538	,694	,870	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01
14	,128	,258	,537	,692	,868	1,34	1,76	2,14	2,62	2,98
15	,128	,258	,536	,691	,866	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95
16	,128	,258	,535	,690	,865	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92
17	,128	,257	,534	,689	,863	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90
18	,127	,257	,534	,688	,862	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88
19	,127	,257	,533	,688	,861	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86
20	,127	,257	,533	,687	,860	1,32	1,72	2,09	2,53	2,84
21	,127	,257	,532	,686	,859	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83
22	,127	,256	,532	,686	,858	1,32	1,72	2,07	2,51	2,82
23	,127	,256	,532	,685	,858	1,32	1,71	2,07	2,50	2,81
24	,127	,256	,531	,685	,857	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80
25	,127	,256	,531	,684	,856	1,32	1,71	2,06	2,48	2,79
26	,127	,256	,531	,684	,856	1,32	1,71	2,06	2,48	2,78
27	,127	,256	,531	,684	,855	1,31	1,70	2,05	2,47	2,77
28	,127	,256	,530	,683	,855	1,31	1,70	2,05	2,47	2,76
29	,127	,256	,530	,683	,854	1,31	1,70	2,04	2,46	2,76
30	,127	,256	,530	,683	,854	1,31	1,70	2,04	2,46	2,75
40	,126	,255	,529	,681	,851	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70
60	,126	,254	,527	,679	,848	1,30	1,67	2,00	2,39	2,66
120	,126	,254	,526	,677	,845	1,29	1,66	1,98	2,36	2,62
∞	,126	,253	,524	,674	,842	1,28	1,645	1,96	2,33	2,58



Valores dos Percentis χ^2_p para a Distribuição Qui-Quadrado com v graus de liberdade

v	$\chi^2_{,005}$	$\chi^2_{,01}$	$\chi^2_{,025}$	$\chi^2_{,05}$	$\chi^2_{,10}$	$\chi^2_{,25}$	$\chi^2_{,50}$	$\chi^2_{,75}$	$\chi^2_{,90}$	$\chi^2_{,95}$	$\chi^2_{,975}$	$\chi^2_{,99}$	$\chi^2_{,995}$	$\chi^2_{,999}$
1	,0000	,0002	,0010	,0039	,0158	,102	,455	1,32	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88	10,8
2	,0100	,0201	,0506	,103	,211	,575	1,39	2,77	4,61	5,99	7,38	9,21	10,6	13,8
3	,0717	,115	,216	,352	,584	1,21	2,37	4,11	6,25	7,81	9,35	11,3	12,8	16,3
4	,207	,297	,484	,711	1,06	1,92	3,36	5,39	7,78	9,49	11,1	13,3	14,9	18,5
5	,412	,554	,831	1,15	1,61	2,67	4,35	6,63	9,24	11,1	12,8	15,1	16,7	20,5
6	,676	,872	1,24	1,64	2,20	3,45	5,35	7,84	10,6	12,6	14,4	16,8	18,5	22,5
7	,989	1,24	1,69	2,17	2,83	4,25	6,35	9,04	12,0	14,1	16,0	18,5	20,3	24,3
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	5,07	7,34	10,2	13,4	15,5	17,5	20,1	22,0	26,1
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	5,90	8,34	11,4	14,7	16,9	19,0	21,7	23,6	27,9
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	6,74	9,34	12,5	16,0	18,3	20,5	23,2	25,2	29,6
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	7,58	10,3	13,7	17,3	19,7	21,9	24,7	26,8	31,3
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	8,44	11,3	14,8	18,5	21,0	23,3	26,2	28,3	32,9
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	9,30	12,3	16,0	19,8	22,4	24,7	27,7	29,8	34,5
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	10,2	13,3	17,1	21,1	23,7	26,1	29,1	31,3	36,1
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	11,0	14,3	18,2	22,3	25,0	27,5	30,6	32,8	37,7
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	11,9	15,3	19,4	23,5	26,3	28,8	32,0	34,3	39,3
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,1	12,8	16,3	20,5	24,8	27,6	30,2	33,4	35,7	40,8
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,9	13,7	17,3	21,6	26,0	28,9	31,5	34,8	37,2	42,3
19	6,84	7,63	8,91	10,1	11,7	14,6	18,3	22,7	27,2	30,1	32,9	36,2	38,6	43,8
20	7,43	8,26	9,59	10,8	12,4	15,5	19,3	23,8	28,4	31,4	34,2	37,6	40,0	45,3
21	8,03	8,90	10,3	11,6	13,2	16,3	20,3	24,9	29,6	32,7	35,5	38,9	41,4	46,8
22	8,64	9,54	11,0	12,3	14,0	17,2	21,3	26,0	30,8	33,9	36,8	40,3	42,8	48,3
23	9,26	10,2	11,7	13,1	14,8	18,1	22,3	27,1	32,0	35,2	38,1	41,6	44,2	49,7
24	9,89	10,9	12,4	13,8	15,7	19,0	23,3	28,2	33,2	36,4	39,4	43,0	45,6	51,2
25	10,5	11,5	13,1	14,6	16,5	19,9	24,3	29,3	34,4	37,7	40,6	44,3	46,9	52,6
26	11,2	12,2	13,8	15,4	17,3	20,8	25,3	30,4	35,6	38,9	41,9	45,6	48,3	54,1
27	11,8	12,9	14,6	16,2	18,1	21,7	26,3	31,5	36,7	40,1	43,2	47,0	49,6	55,5
28	12,5	13,6	15,3	16,9	18,9	22,7	27,3	32,6	37,9	41,3	44,5	48,3	51,0	56,9
29	13,1	14,3	16,0	17,7	19,8	23,6	28,3	33,7	39,1	42,6	45,7	49,6	52,3	58,3
30	13,8	15,0	16,8	18,5	20,6	24,5	29,3	34,8	40,3	43,8	47,0	50,9	53,7	59,7
40	20,7	22,2	24,4	26,5	29,1	33,7	39,3	45,6	51,8	55,8	59,3	63,7	66,8	73,4
50	28,0	29,7	32,4	34,8	37,7	42,9	49,3	56,3	63,2	67,5	71,4	76,2	79,5	86,7
60	35,5	37,5	40,5	43,2	46,5	52,3	59,3	67,0	74,4	79,1	83,3	88,4	92,0	99,6
70	43,3	45,4	48,8	51,7	55,3	61,7	69,3	77,6	85,5	90,5	95,0	100	104	112
80	51,2	53,5	57,2	60,4	64,3	71,1	79,3	88,1	96,6	102	107	112	116	125
90	59,2	61,8	65,6	69,1	73,3	80,6	89,3	98,6	108	113	118	124	128	137
100	67,3	70,1	74,2	77,9	82,4	90,1	99,3	109	118	124	130	136	140	149