Visando auxiliar aos candidatos que farão a prova da Fundação Carlos Chagas em 16.09.2007 para Analista Legislativo - Atribuição Contador - da Câmara dos Deputados, disponibilizo as resoluções comentadas das 5 questões de Estatística (números 76 a 80) da prova para Analista Legislativo – Atribuição Técnico em Material e Patrimônio realizada pela FCC em 19.08.2007.

Acrescento ainda que estas questões constarão do livro Estatística-FCC, a ser lançado em breve. Desejo boas provas a todos.

76. O objeto de uma licitação promovida por um órgão público consiste na aquisição de microcomputadores com uma determinada configuração. Preliminarmente, o setor administrativo deste órgão, visando analisar as disponibilidades orçamentárias, realizou uma pesquisa com um certo número de fornecedores e apurou a tabela de freqüências abaixo. A coluna CLASSES representa intervalos de valores referentes aos preços unitários dos microcomputadores proporcionados pelos fornecedores e a coluna FRA representa a respectiva freqüência relativa acumulada:

CLASSES (R$)	FRA (%)
500 |----- 1.500	10
1.500 |----- 2.500	35
2.500 |----- 3.500	75
3.500 |----- 4.500	95
4.500 |----- 5.500	100

Encontrou-se a média aritmética dos preços unitários, considerando que todos os valores incluídos num certo intervalo de classe são coincidentes com o ponto médio deste intervalo. Obteve-se também a mediana dos preços unitários utilizando o método da interpolação linear. O valor da moda dos preços unitários (Mo) calculada conforme a fórmula: Mo = 3Md – 2Me, sendo Md a mediana e Me a média aritmética, é igual a

(A) R$ 3.000,00
(B) R$ 2.925,00
(C) R$ 2.875,00
(D) R$ 2.850,00
(E) R$ 2.825,00

Sempre que for dada uma tabela com as freqüências acumuladas devemos, para fazer o cálculo das medidas de posição (média, moda e mediana), desacumulá-las. Assim, incluiremos a coluna das freqüências relativas simples:

CLASSES (R$)	FRA (%)	FR simples (%)
500 |----- 1.500	10	10
1.500 |----- 2.500	35	25
2.500 |----- 3.500	75	40
3.500 |----- 4.500	95	20
4.500 |----- 5.500	100	5
Σ	-	100

Vamos começar calculando o valor da mediana. Para isto vamos raciocinar que, sendo a mediana o valor central de uma distribuição de freqüências, ela estará na classe onde tivermos 50% da distribuição.

Até a 2ª classe temos uma freqüência acumulada de apenas 35%. Logo a mediana está na 3ª classe, que tem uma freqüência acumulada de 75%. Se até a 2ª classe temos 35% de freqüência acumulada, quanto falta para atingir a mediana? Resposta: 15%.

Este percentual corresponderá a que valor entre os limites do intervalo (2.500 a 3.500) da 3ª classe?

Para responder a esta pergunta faremos a seguinte proporção: uma amplitude de 1.000 (amplitude da classe) está para uma amplitude X (amplitude procurada) assim como uma freqüência de 40 (freqüência simples da classe) está para uma freqüência de 15 (o que falta para chegar à mediana). Assim, teremos: $\frac{1.000}{X} = \frac{40}{15} \Rightarrow 4X = 1.500 \Rightarrow X = 375$.

Somando o limite inferior da classe, igual a 2.500, teremos: Md = 2.875.

Fizemos por interpolação, mas encontraríamos o mesmo valor se utilizássemos a fórmula de cálculo da mediana para dados agrupados. Particularmente acho muito mais fácil e simples por interpolação.

Agora, para calcular a média, faremos o produto das freqüências relativas simples pelos pontos médios dos intervalos de classe. Mas para simplificar e facilitar os cálculos faremos a seguinte transformação: dividiremos cada ponto médio por 1.000. Assim:

CLASSES (R$)	X (PM/1.000)	FR simples (%)	X · F
500 |----- 1.500	1	10	10
1.500 |----- 2.500	2	25	50
2.500 |----- 3.500	3	40	120
3.500 |----- 4.500	4	20	80
4.500 |----- 5.500	5	5	25
Σ	-	100	285

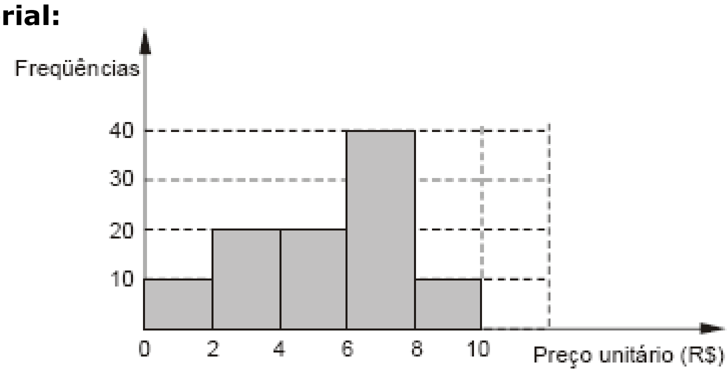
A média é dada por: $\overline{X} = \frac{\sum X \cdot F}{\sum F}$, mas como dividimos cada X (ponto médio de classe) por 1.000, vamos multiplicar novamente no cálculo final e assim:

$\overline{X} = \frac{285}{100} \cdot 1.000 \Rightarrow \overline{X} = Me = 2.850$.

Utilizando a fórmula dada no enunciado da questão para o cálculo da moda:

Mo = 3Md – 2Me ⇒ Mo = 3·2.875 – 2·2.850 ⇒ Mo = 8.625 – 5.700. Logo, **Mo = 2.925**.

77. Utilizando o método da interpolação linear, calculou-se o valor do terceiro quartil (Q_3) correspondente ao histograma de freqüências absolutas abaixo. Esta representação gráfica apresenta o resultado de uma pesquisa com 100 empresas, demonstrando a distribuição dos preços unitários de um determinado material:



Considerando que todos os intervalos de classe deste histograma são fechados à esquerda e abertos à direita, tem-se que o valor encontrado para Q_3 foi igual a

(A) R$ 6,25

(B) R$ 6,50

(C) R$ 6,75

(D) R$ 7,25

(E) R$ 7,50

Assim como podemos transformar uma distribuição agrupada em intervalos de classes iguais num histograma, podemos transformar um histograma numa distribuição agrupada em classes, onde já iremos incluir a coluna da freqüência absoluta acumulada crescente (Fac), para poder, com segurança, localizar a classe do 3º Quartil:

Preço unitário (R$)	F	Fac	
0 |----- 2	10	10	
2 |----- 4	20	30	
4 |----- 6	20	50	
6 |----- 8	40	90	Classe do 3º Quartil
8 |----- 10	10	100	
Σ	100	-	

Resolver por interpolação (interpolar = colocar entre) é encontrar, entre os limites inferior e superior da classe, o ponto que corresponde proporcionalmente à freqüência necessária para chegar à medida procurada (podemos utilizar interpolação para encontrar a mediana, os quartis, os decis ou os percentis).

Na presente questão temos um total de 100 observações (empresas). Ora, se o 3º Quartil corresponde a 3/4 de uma distribuição, precisamos encontrar em qual classe estará a 75ª observação (3/4 de 100).

Vemos então, que a classe do 3º Quartil será a 4ª classe (intervalo de 6 até 8), pois esta contém da 51ª até a 90ª observação e nela estará a 75ª observação. Até a classe anterior temos 50 observações acumuladas. Logo precisamos de 25 observações para chegar à 75ª.

Fazendo a proporção, temos que uma amplitude de 2 (amplitude da classe) está para uma amplitude X (amplitude procurada) assim como uma freqüência de 40 (freqüência simples da classe) está para uma freqüência de 25 (freqüência necessária para chegarmos ao 3º Quartil), então:

$\frac{2}{X} = \frac{40}{25} \Rightarrow 40X = 50 \Rightarrow X = 1{,}25.$

Somando o limite inferior da classe (6), teremos: $\mathbf{Q_3 = 7{,}25}$.

78. Considerando as respectivas definições e propriedades das medidas de posição e das medidas de dispersão, é correto afirmar:

(A) Um reajuste de 20% em todos os salários dos empregados de uma empresa significa que o respectivo desvio padrão fica aumentado em 44%.

(B) Adicionando um valor fixo em cada salário dos empregados de uma empresa, tem-se que o respectivo desvio padrão dos novos valores é diferente do desvio padrão dos valores anteriores.

(C) Dividindo todos os valores de uma seqüência de números estritamente positivos por 4, o correspondente coeficiente de variação dos novos valores é igual ao coeficiente de variação dos valores anteriores.

(D) Multiplicando por 100 todos os valores de uma seqüência de números estritamente positivos, tem-se que o correspondente coeficiente de variação dos novos valores é igual a um décimo do coeficiente de variação dos valores anteriores.

(E) Em um trabalho de medição do comprimento de determinado tipo de peça, o valor do coeficiente de variação da seqüência de medidas apuradas fica alterado caso o trabalhador modifique a unidade de medida de metro para centímetro.

Um reajuste de 20% em todos os salários significa multiplicá-los pelo fator de aumento 1,20. Pelas propriedades da média e do desvio padrão, ao multiplicarmos a variável por uma constante, a média e o desvio padrão ficam multiplicados pela constante (que no caso é igual a 1,20), significando que o desvio padrão ficará aumentado em 20%.

Já quando somamos ou subtraímos da variável uma constante, o seu desvio padrão não se altera, pois a variância (e consequentemente o desvio padrão) de uma constante é igual a zero.

Como o Coeficiente de Variação (CV) é o resultado da divisão do desvio padrão pela média, ao multiplicarmos a variável por uma constante, o desvio padrão e a média serão multiplicados pela mesma constante e, com isso, o CV permanecerá o mesmo. Como $CV = \frac{\sigma}{\overline{X}}$ então, se a variável X for multiplicada por uma constante (k), teremos: $CV = \frac{\sigma \cdot k}{\overline{X} \cdot k} = \frac{\sigma}{\overline{X}}$.

Temos ainda que o Coeficiente de Variação é adimensional (não tem dimensão), não sendo expresso em nenhuma unidade de medida. Ele estabelece uma relação entre o desvio padrão e a média, sendo geralmente representado na forma percentual.

79. Sabe-se que existem inúmeros fornecedores de um material X. Porém, somente 60% deles estão aptos a participar de uma licitação para fornecimento do material X para o setor público. Então, a probabilidade de que, numa amostra aleatória simples de 3 destes fornecedores, pelo menos um esteja apto a participar de uma licitação para fornecimento do material X para o setor público é

(A) 60,0%

(B) 78,4%

(C) 80,4%

(D) 90,4%

(E) 93,6%

Trata-se de uma Distribuição Binomial com parâmetros: n = 3 e p = 0,60.

A probabilidade de sucesso (p) é estar apto a participar da licitação. Consequentemente, a probabilidade de fracasso (não estar apto) é q = 0,40.

Para facilitar os cálculos, vamos considerar *p* e *q* na forma fracionária equivalente:

$p = \frac{3}{5}$ e $q = \frac{2}{5}$.

É pedida a probabilidade de que pelo menos um fornecedor esteja apto a participar, ou seja, pode ser apenas um, apenas dois ou os três fornecedores selecionados na amostra. Designando por S o número de k sucessos, queremos encontrar:

$P(S \geq 1) = P(S = 1) + P(S = 2) + P(S = 3)$.

Mas é equivalente, muito mais fácil e rápido, fazer:

O espaço amostral (igual a 1) menos a única probabilidade que não interessa, qual seja, P(S = 0). Então, $P(S \geq 1) = 1 - P(S = 0)$.

$$P(S = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k} \Rightarrow P(S = 0) = \binom{3}{0} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 \Rightarrow P(S = 0) = \frac{8}{125}.$$

Portanto: $P(S \geq 1) = 1 - \frac{8}{125} = \frac{125 - 8}{125} = \frac{117}{125} = 0{,}936 =$ **93,6%**.

80. Os preços de um equipamento no mercado têm uma distribuição normal com um valor médio igual a R$ 1.500,00. Verificou-se que 20% dos preços deste equipamento são inferiores a R$ 1.290,00. Utilizando os valores das probabilidades P(Z ≤ z) para a distribuição normal padrão:

z	P(Z ≤ z)
0,25	0,60
0,52	0,70
0,67	0,75
0,84	0,80
1,30	0,90

tem-se que o valor do equipamento em que apenas 10% são superiores a ele é igual a

(A) R$ 1.825,00

(B) R$ 1.805,00

(C) R$ 1.710,00

(D) R$ 1.695,00

(E) R$ 1.650,00

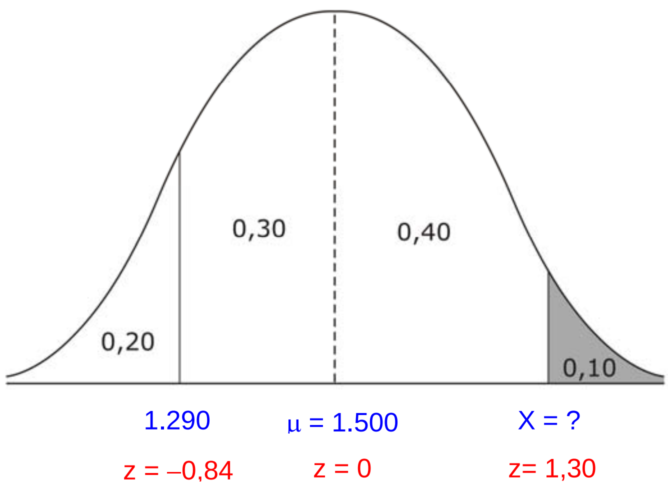
Primeiramente devemos observar que a tabela da distribuição normal padrão disponibilizada pela banca nesta questão já traz os 50% à esquerda da média, ou seja, se houvesse na tabela a abscissa para z = 0,00, a área correspondente a P(Z ≤ z) seria igual a 0,50, pois para uma abscissa z = 0,25 a área correspondente a P(Z ≤ z) é igual a 0,60, para z = 0,52, P(Z ≤ z) = 0,70, e assim por diante, então já inclui nos valores das áreas os 0,50 à esquerda da média.

Facilitará o entendimento da questão fazermos o desenho da curva normal padrão, mas antes vamos verificar que o enunciado dá o valor da média como sendo R$ 1.500,00 e este valor corresponderá à abscissa em z igual a zero.

Se 20% dos preços são inferiores a R$ 1.290,00, a área entre este valor (que está abaixo da média - vide figura) e a média será de 30% (0,30). Somando-se os 0,50 de área à direita, teremos uma área total de 0,80 à direita do valor de 1.290. Consultando a tabela dada, vemos que uma área acumulada em 0,80 da direita para a esquerda corresponde a uma abscissa z = 0,84 (negativo, pois está abaixo da média que, em z, é igual a 0).

Para saber qual o valor (X) que é inferior a apenas 10% dos valores, precisamos descobrir o valor do desvio padrão (o qual não foi fornecido no enunciado). Então, até este valor teremos 90% da distribuição, ou seja, 40% após a média. Consultando a tabela dada, vemos que uma área acumulada em 0,90 da esquerda para a direita corresponde a uma abscissa em z de 1,30.

Façamos o desenho da curva:



Sabemos que a variável de padronização é dada por: $\boxed{z = \frac{X - \mu}{\sigma}}$.

Então, para descobrir o valor do desvio padrão σ podemos utilizar a média, que é conhecida (μ = 1.500) e o valor de 1.290 (correspondente em z a –0,84):

$-0{,}84 = \frac{1.290 - 1.500}{\sigma} \Rightarrow \sigma = \frac{-210}{-0{,}84} \Rightarrow \sigma = 250.$

Agora, sabendo o valor de σ, usaremos este valor e a abscissa de 1,30 para descobrir o valor de X: $1{,}30 = \frac{X - 1.500}{\sigma} \Rightarrow X = 1{,}30\sigma + 1.500 \Rightarrow$

$X = 1{,}30 \cdot 250 + 1.500 \Rightarrow X = 325 + 1.500 \Rightarrow$ **X = 1.825**.

GABARITO

76. B 77. D 78. C 79. E 80. A