PROPRIEDADES DA VARIÂNCIA:

1) A Variância de uma constante é zero.
Vimos em Propriedades da Média, que a média de uma constante é a própria constante, isto é: $\overline{\mathbf{K}} = \mathbf{K}$.

Então: $$\boxed{\sigma^2_{(k)} = \frac{\sum\left(K - \overline{K}\right)^2}{n} = \frac{0}{n} = 0}$$

2) Multiplicando uma variável aleatória X por uma constante, sua Variância ficará multiplicada pelo quadrado da constante.

$$\boxed{\sigma^2_{(kx)} = K^2 \cdot \sigma^2_{(x)}}$$

3) A Variância da soma ou diferença de 2 variáveis aleatórias independentes é a soma das variâncias.

$$\boxed{\sigma^2_{(x\pm y)} = \sigma^2_{(x)} + \sigma^2_{(y)}}$$

4) Somando ou subtraindo uma constante a uma V.A., a sua Variância não se altera.

$$\boxed{\sigma^2_{(x\pm k)} = \sigma^2_{(x)} \pm \sigma^2_{(k)} = \sigma^2_{(x)}} \text{ pois } \sigma^2_{(k)} = 0$$

PROPRIEDADES DO DESVIO PADRÃO:

1) O desvio padrão de uma constante é zero.

$$\boxed{\sigma_{(k)} = 0} \text{ pois } \sigma^2_{(k)} = 0$$

2) Multiplicando uma variável aleatória X por uma constante, seu Desvio Padrão ficará multiplicado pela constante.

$$\boxed{\sigma_{(kx)} = K \cdot \sigma_{(x)}}$$

3) Somando ou subtraindo uma constante a uma V.A., o seu Desvio Padrão não se altera.

$$\boxed{\sigma_{(x\pm k)} = \sigma_x \pm \sigma_{(k)} = \sigma_{(x)}} \text{ pois } \sigma_{(k)} = 0$$

CÁLCULO SIMPLIFICADO DA VARIÂNCIA (PROCESSO ABREVIADO):

Assim como verificamos para a média, este procedimento é bastante útil de ser aplicado quando os valores observados forem grandes e a amplitude entre tais valores for constante, pois o cálculo simplificado reduz a magnitude das operações, facilitando o cálculo, principalmente tratando-se da Variância, pois, pelo processo normal, os valores do somatório de $X_i^2 \cdot F_i$ serão bem elevados.

<u>Exemplo</u>: Vamos utilizar o mesmo exemplo que foi utilizado para o cálculo simplificado da média. Seja a seguinte distribuição:

$\mathbf{X_i}$	**17**	**19**	**21**	**23**	**25**
$\mathbf{F_i}$	8	12	15	7	5

O cálculo da Variância pelo processo normal seria:

$\mathbf{X_i}$	$\mathbf{F_i}$	$\mathbf{X_i \cdot F_i}$	$\mathbf{X^2_i \cdot F_i}$
17	8	136	2.312
19	12	228	4.332
21	15	315	6.615
23	7	161	3.703
25	5	125	3.125
Σ	47	965	20.087

Temos que: $\sigma^2 = \frac{1}{\sum F_i}\left\{\sum X_i^2 \cdot F_i - \frac{\left(\sum X_i \cdot F_i\right)^2}{\sum F_i}\right\}$ => $\sigma^2 = \frac{1}{47}\left\{20.087 - \frac{(965)^2}{47}\right\}$

=> $\sigma^2 = \frac{1}{47}\left\{20.087 - \frac{931.225}{47}\right\}$ => $\sigma^2 = \frac{1}{47}\{20.087 - 19.813,3\}$ => $\sigma^2 = \frac{273,7}{47} \cong$ **5,82**

Obteremos este mesmo resultado, pelo cálculo simplificado da variância, criando uma variável $\mathbf{Z_i}$ e arbitrando um valor <u>zero</u> (de preferência no valor ou na classe do meio ou próxima do meio). Os valores de $\mathbf{Z_i}$ localizados na tabela acima desse <u>zero</u> serão **-1**, **-2**, ...,**-n** e os valores localizados abaixo serão **1**, **2**, ...,**n**. A seguir, multiplicaremos os valores $\mathbf{Z_i}$ pelas respectivas freqüências, a fim de obtermos $Z_i \cdot F_i$ e a seguir novamente por $\mathbf{Z_i}$, para obtermos também $Z_i^2 \cdot F_i$

Assim , no exemplo dado, teremos:

$\mathbf{X_i}$	$\mathbf{F_i}$	$\mathbf{Z_i}$	$\mathbf{Z_i \cdot F_i}$	$\mathbf{Z^2_i \cdot F_i}$
17	8	-2	-16	32
19	12	-1	-12	12
21	15	**0**	0	0
23	7	1	7	7
25	5	2	10	20
Σ	47	0	-11	71

Com os dados acima, obteremos a Variância de Z utilizando a fórmula normalmente utilizada para cálculo da Variância, mas com a diferença de trabalharmos <u>com valores bem mais reduzidos</u>:

$$\sigma^2_{(z)} = \frac{1}{\sum F_i}\left\{\sum Z_i^2 \cdot F_i - \frac{\left(\sum Z_i \cdot F_i\right)^2}{\sum F_i}\right\} \Rightarrow \sigma^2_{(z)} = \frac{1}{47}\left\{71 - \frac{(-11)^2}{47}\right\} = \frac{71 - 2,5745}{47} = 1,4559$$

Encontramos então a Variância de Z, $\sigma^2_{(z)} = 1{,}4559$.

Mas o que queremos encontrar é a Variância de X, $\sigma^2_{(x)}$.

Isto será bem simples, utilizando a fórmula: $\boxed{\sigma^2_{(x)} = h^2 \cdot \sigma^2_{(Z)}}$

Onde: h^2 é o quadrado da amplitude entre os valores (ou amplitude dos intervalos de classe);

$\sigma^2_{(Z)}$ é a variância encontrada para a "nova" variável Z criada.

No exemplo dado, **h** = 2 => $\mathbf{h^2}$ = 4 e $\sigma^2_{(z)} = 1{,}4559$

Substituindo na fórmula, para voltar à variável X, obtemos:

$\sigma^2_{(x)} = h^2 \cdot \sigma^2_{(Z)} \Rightarrow \sigma^2_{(x)} = 4 \cdot 1{,}4559 \cong$ **5,82**→ (mesmo valor encontrado pelo cálculo anterior)