*V)* ***Mediana***: A Mediana de um conjunto de números, ordenados crescente ou decrescentemente em ordem de grandeza (isto é, em um rol), será o elemento que ocupe a posição central da distribuição de freqüência (se o número de elementos for *ímpar*) ou a média aritmética dos dois valores centrais (se o número de elementos for *par*). Portanto, sua característica principal é dividir um conjunto ordenado de dados em dois grupos iguais: metade terá valores inferiores à mediana e a outra metade valores superiores à Mediana.

Exemplo 1:
Uma distribuição com 50 valores observados
**4, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 11, 11, 12, 12, 13, 13, 14, 15, 15, 15, 16, 16, 18, 23.**
número de elementos (**n**) = 50

**n** é par $\Rightarrow$ a Mediana será a média aritmética entre o 25º elemento (pois $\frac{n}{2} = 25$) e o elemento seguinte, o 26º elemento. Como ambos tem o valor **9**, este valor será a Mediana. Verifique que antes do 25º elemento teremos 24 elementos e acima do 26º, também.

Exemplo 2:
Considere outra distribuição com apenas 37 valores observados:
**4, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 11.**
número de elementos (**n**) = 37

**n** é ímpar $\Rightarrow$ a Mediana será o 19º elemento (pois $\frac{n+1}{2} = 19$) e terá o valor **8**.

Verifique que antes e depois do 19º elemento, teremos 18 elementos.

Quando os dados estiverem em agrupamento simples, devemos criar uma coluna de freqüência absoluta acumulada (**$F_{ac}$**) para verificar onde está o elemento que define a Mediana. No exemplo dado para a Moda, temos 25 elementos. Então, a Mediana será o 13º elemento. Criando uma coluna de freqüência acumulada, veremos que a Mediana será igual a **6**, pois até o valor 5 temos 11 elementos e para o valor **6** teremos do 12º ao 19º elemento.

| **Nota ($X_i$)** | **$F_i$** | **$F_{ac}$** |
|---|---|---|
| **0** | 0 | 0 |
| **1** | 2 | 2 |
| **2** | 1 | 3 |
| **3** | 1 | 4 |
| **4** | 3 | 7 |
| **5** | 4 | 11 |
| **6** | 8 | 19 |
| **7** | 2 | 21 |
| **8** | 3 | 24 |
| **9** | 1 | 25 |
| **10** | 0 | 25 |
| **Σ** | 25 | - |

**MEDIANA** → Contém o 13º elemento, que é igual a **6**

Quando os dados estiverem agrupados em intervalos de classe, devemos usar a seguinte fórmula:

$$\boxed{\tilde{\mathbf{X}} = \ell + \frac{\left(\frac{\mathbf{n}}{2} - \sum \mathbf{f}\right) \cdot \mathbf{h}}{\mathbf{F_{MD}}}}$$

Onde:
- $\ell$ = limite inferior da classe Md
- **n** **=** tamanho da amostra ou número de elementos
- $\sum$ f **=** soma das freqüências anteriores à classe Md
- **h** = amplitude da classe Md
- $\mathbf{F_{MD}}$ **=** freqüência da classe Md

No exemplo anterior, agrupado em intervalos de classe, teríamos o seguinte cálculo para a Mediana:

| **Nota ($X_i$)** | **$F_i$** |
|---|---|
| 0 \|— 2 | 2 |
| 2 \|— 4 | 2 |
| 4 \|— 6 | 7 |
| 6 \|— 8 | 10 |
| 8 \|— 10 | 4 |
| **Σ** | 25 |

$$\tilde{\mathbf{X}} = 6 + \frac{(12{,}5 - 11) \cdot 2}{10} \Rightarrow \tilde{\mathbf{X}} = 6 + 0{,}3 \Rightarrow \tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{6{,}3}$$

## ***COMPARAÇÃO ENTRE A MÉDIA, A MEDIANA E A MODA:***

| MEDIDA DE POSIÇÃO | VANTAGENS | DESVANTAGENS |
|---|---|---|
| ***MÉDIA*** | Reflete cada valor observado na distribuição | É influenciada por valores extremos |
| ***MEDIANA*** | Menos sensível a valores extremos do que a Média | Difícil de determinar para grande quantidade de dados |
| ***MODA*** | Maior quantidade de valores concentrados neste ponto | Não se presta à análise matemática |

## ***RELAÇÃO ENTRE A MÉDIA, A MEDIANA E A MODA:***

Como o próprio nome sugere, o valor da Mediana (que ocupa a posição central numa distribuição de freqüência), deve estar em algum ponto entre o valor da Média e o valor da Moda, mas pode também ser igual à Moda e à Média. Com essas três Medidas de Posição, podemos determinar a ASSIMETRIA da curva de distribuição de freqüência.

Três casos podem ocorrer:

**1º Caso** → **Média = Mediana = Moda** ⇒ a curva da distribuição é ***SIMÉTRICA***
**2º Caso** → **Média < Mediana < Moda** ⇒ a curva da distribuição tem ***ASSIMETRIA NEGATIVA***
**3º Caso** → **Média > Mediana > Moda** ⇒ a curva da distribuição tem ***ASSIMETRIA POSITIVA***

Utilizando a fórmula para o cálculo do Coeficiente de Assimetria pelo primeiro coeficiente de Pearson, fica bem fácil determinar se a Assimetria da distribuição é positiva ou negativa:

$$\boxed{\mathbf{AS} = \frac{\overline{X} - \text{Mo}}{\sigma}}$$

Onde: **AS** = Coeficiente de Assimetria
$\overline{\mathbf{X}}$ = Média
**Mo =** Moda
**σ =** Desvio Padrão

Conforme veremos mais adiante, quando abordarmos o assunto Medidas de Dispersão, o denominador da fração na fórmula é o Desvio Padrão, que sempre será positivo (não existe Desvio Padrão negativo). Ora, se o denominador é sempre positivo, o que irá determinar se a fração tem resultado positivo, negativo ou nulo será o sinal do numerador, pois:

$$\boxed{\frac{+}{+} = +} \qquad \boxed{\frac{-}{+} = -} \qquad \boxed{\frac{0}{+} = 0}$$

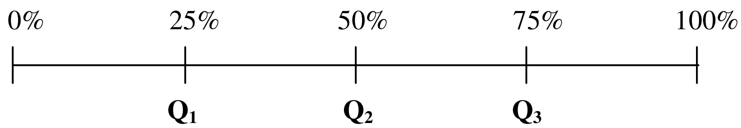
Logo:

Se $\overline{X}$ > Mo => $\overline{X}$ − Mo > 0 => numerador = + => ***ASSIMETRIA POSITIVA***
Se $\overline{X}$ < Mo => $\overline{X}$ − Mo < 0 => numerador = − => ***ASSIMETRIA NEGATIVA***
Se $\overline{X}$ = Mo => $\overline{X}$ − Mo = 0 => numerador = 0 => ***ASSIMETRIA NULA*** = ***SIMÉTRICA***

Quando a distribuição de freqüência tem Assimetria Positiva, podemos dizer que a distribuição é Assimétrica à Direita (da curva);
Quando a distribuição de freqüência tem Assimetria Negativa, podemos dizer que a distribuição é Assimétrica à Esquerda (da curva);

*VI)* ***Quartis, Decis e Percentis:*** Também são outras medidas de posição, que podem ser chamadas de separatrizes.

**1) Quartis** → Dividem (separam) uma Distribuição de Freqüência em 4 partes iguais.




No 1º Quartil (**$Q_1$**), 25% dos elementos estarão abaixo dele e 75%, acima.
No 2º Quartil (**$Q_2$**), 50% dos elementos estarão abaixo dele e 50%, acima.
Observe então que o 2º Quartil é igual à Mediana.
No 3º Quartil (**$Q_3$**), 75% dos elementos estarão abaixo dele e 25%, acima.

Fórmulas para cálculo dos Quartis:

*a)* **1º Quartil**:

$$\boxed{\mathbf{Q_1} = \ell_{Q1} + \frac{\left(\frac{\mathbf{n}}{4} - \sum f\right) \bullet h}{\mathbf{F_{Q1}}}}$$

**onde:**
$\ell_{Q1}$ = limite inferior da classe do 1º quartil
**n** = tamanho da amostra
$\sum f$ **=** soma das freqüências anteriores à classe quartílica
**h** = amplitude da classe quartílica
$\mathbf{F_{Q1}}$ **=** freqüência da 1ª classe quartílica

*b)* **3º Quartil**:

$$\boxed{\mathbf{Q_3} = \ell_{Q3} + \frac{\left(\frac{\mathbf{3n}}{4} - \sum f\right) \bullet h}{\mathbf{F_{Q3}}}}$$

**onde:**
$\ell_{Q3}$ = limite inferior da classe do 3° quartil
n = tamanho da amostra
$\sum f$ = soma das freqüências anteriores à classe quartílica
h = amplitude da classe quartílica
$\mathbf{F_{Q3}}$ **=** freqüência da 3ª classe quartílica

Conhecendo os valores dos Quartis, podemos calcular o valor da Assimetria utilizando o segundo coeficiente de Pearson:

$$\boxed{\mathbf{AS} = \frac{Q_3 + Q_1 - 2\tilde{X}}{Q_3 - Q_1}}$$

Onde: **AS** = Coeficiente de Assimetria
**$Q_3$** = 3º Quartil
**$Q_1$** = 1º Quartil
$\tilde{X}$ = Mediana

Quando não conhecemos o valor dos quartis nem a moda, mas temos os valores da média, da mediana e do desvio padrão, podemos calcular a assimetria utilizando o coeficiente:

$$\boxed{\mathbf{AS} = \frac{3 \cdot \left(\overline{X} - \tilde{X}\right)}{\sigma}}$$

Onde: **AS** = Coeficiente de Assimetria
$\mathbf{\overline{X}}$ = Média
$\tilde{X}$ = Mediana
**σ =** Desvio Padrão

**2) Decis** → Dividem uma Distribuição de freqüência em 10 partes iguais.

0% 10% 20% 30% 40% 50% 60% 70% 80% 90% 100%

$D_1$ $D_2$ $D_3$ $D_4$ $D_5$ $D_6$ $D_7$ $D_8$ $D_9$

No 1º Decil (**$D_1$**), 10% dos elementos estarão abaixo dele e 90%, acima.
No 2º Decil (**$D_2$**), 20% dos elementos estarão abaixo dele e 80%, acima.
No 3º Decil (**$D_3$**), 30% dos elementos estarão abaixo dele e 70%, acima.

E assim por diante.

Fórmula para cálculo dos Decis:

$$\boxed{\mathbf{D_i} = \ell_{Di} + \frac{\left(\frac{\mathbf{in}}{10} - \sum f\right) \bullet h}{\mathbf{F_{Di}}}}$$

**onde:**

$\ell_{Di}$ = limite inferior da classe $D_i$, em que i = 1,2,3,...,9
**n** = tamanho da amostra
$\sum f$ = soma das freqüências anteriores à classe $D_i$
**h** = amplitude da classe
$F_{Di}$ = freqüência da classe $D_i$

**3) Percentis** → Dividem uma Distribuição de freqüência em 100 partes iguais. Então:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| No 1º Percentil | (**$P_1$**), | 1% | dos elementos estarão abaixo dele e | 99% | estarão acima. |
| No 2º Percentil | (**$P_2$**), | 2% | dos elementos estarão abaixo dele e | 98% | estarão acima. |
| No 3º Percentil | (**$P_3$**), | 3% | dos elementos estarão abaixo dele e | 97% | estarão acima. |
| . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . |
| No 99º Percentil | (**$P_{99}$**), | 99% | dos elementos estarão abaixo dele e | 1% | estarão acima. |

E assim por diante.

Fórmula para cálculo dos Percentis:

$$\boxed{\mathbf{P_i} = \ell_{Pi} + \frac{\left(\frac{\mathbf{in}}{100} - \sum f\right) \bullet h}{\mathbf{F_{Pi}}}}$$

**onde:**

$\ell_{Pi}$ = limite inferior da classe $P_i$, em que i = 1,2,3,...,99
**n** = tamanho da amostra
$\sum f$ = soma das freqüências anteriores à classe $P_i$
**h** = amplitude da classe
$F_{Pi}$ = freqüência da classe $P_i$

Conhecendo os valores dos Quartis e dos Percentis, podemos determinar o Coeficiente de Curtose, que dá o grau de achatamento da curva de uma distribuição, por meio da seguinte fórmula:

$$\boxed{\mathbf{K} = \frac{Q_3 - Q_1}{2(P_{90} - P_{10})}}$$

<u>Onde</u>: **K** = Coeficiente de Curtose
**$Q_3$** = 3º Quartil
**$Q_1$** = 1º Quartil
**$P_{90}$** = 90º Percentil
**$P_{10}$** = 10º Percentil

Se K = 0,263, então podemos dizer que a curva da distribuição é mesocúrtica (achatamento normal);
Se K > 0,263, então podemos dizer que a curva da distribuição é platicúrtica (mais achatada);
Se K < 0,263, então podemos dizer que a curva da distribuição é leptocúrtica (mais alongada).